

Aula 2

Estado limite de utilização

vigas

PROF.^a MSC PATRÍCIA ANDRADE

Estado limite de utilização

deformações excessivas;

Vibrações excessivas;

Ou seja, o desempenho da estrutura em serviço ao longo da vida útil!!!

Por que é importante verificar o estado limite de utilização?

Reduzir a entrada de agentes nocivos às armaduras → durabilidade das estruturas

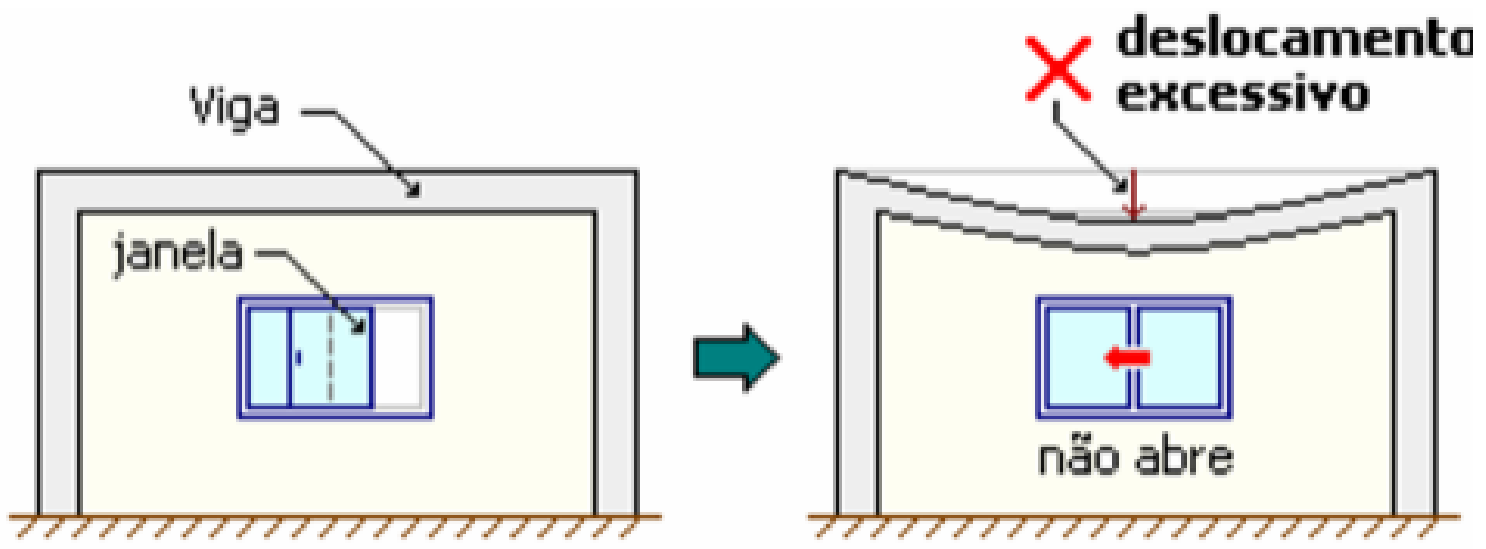
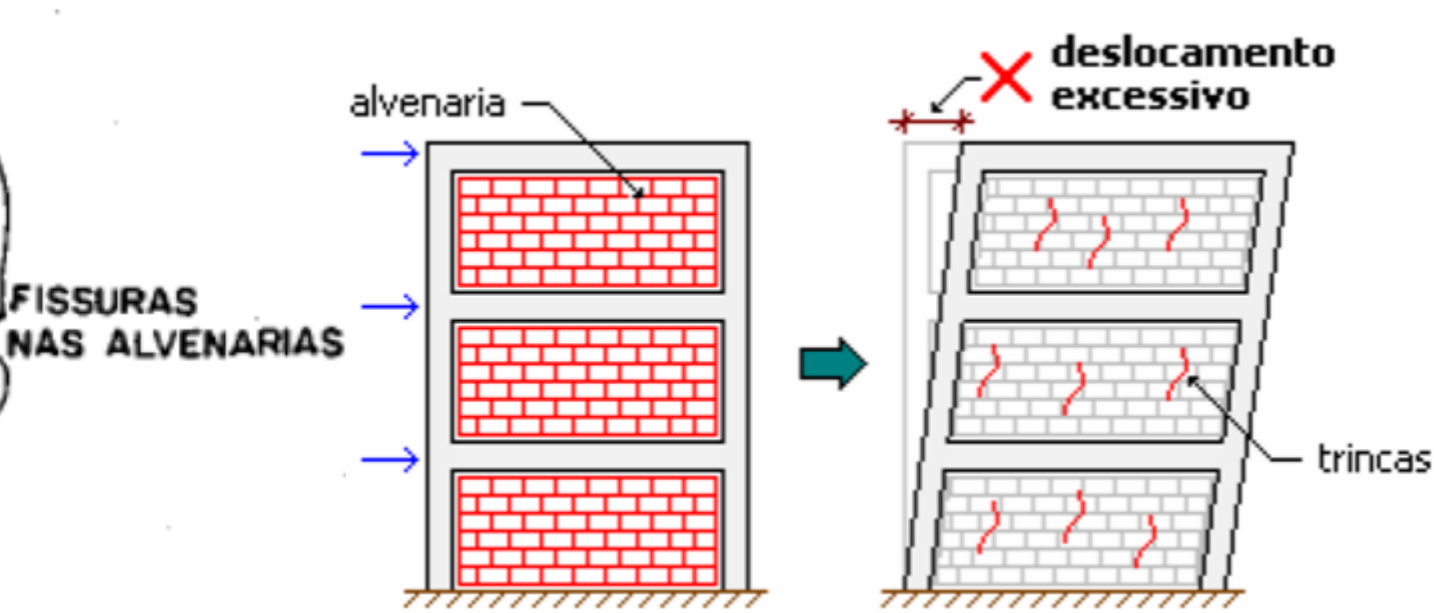
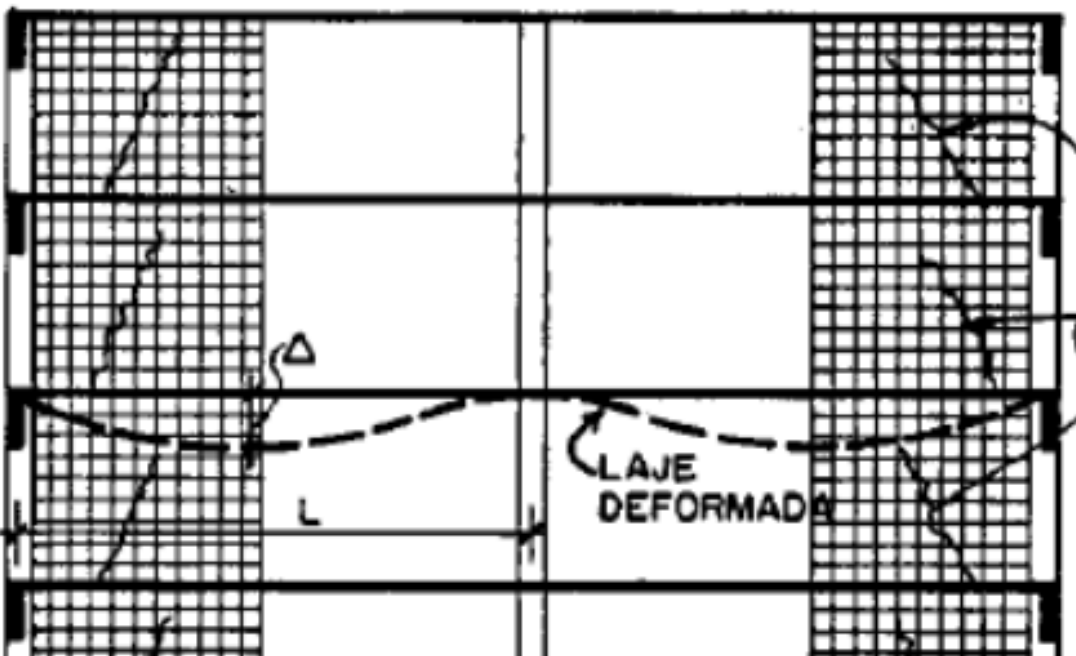
Evitar a sensação de insegurança e desconforto aos usuários

Tendência atual de estruturas mais esbeltas:

Garantir a segurança



Ensaio de flexão em viga de concreto armado





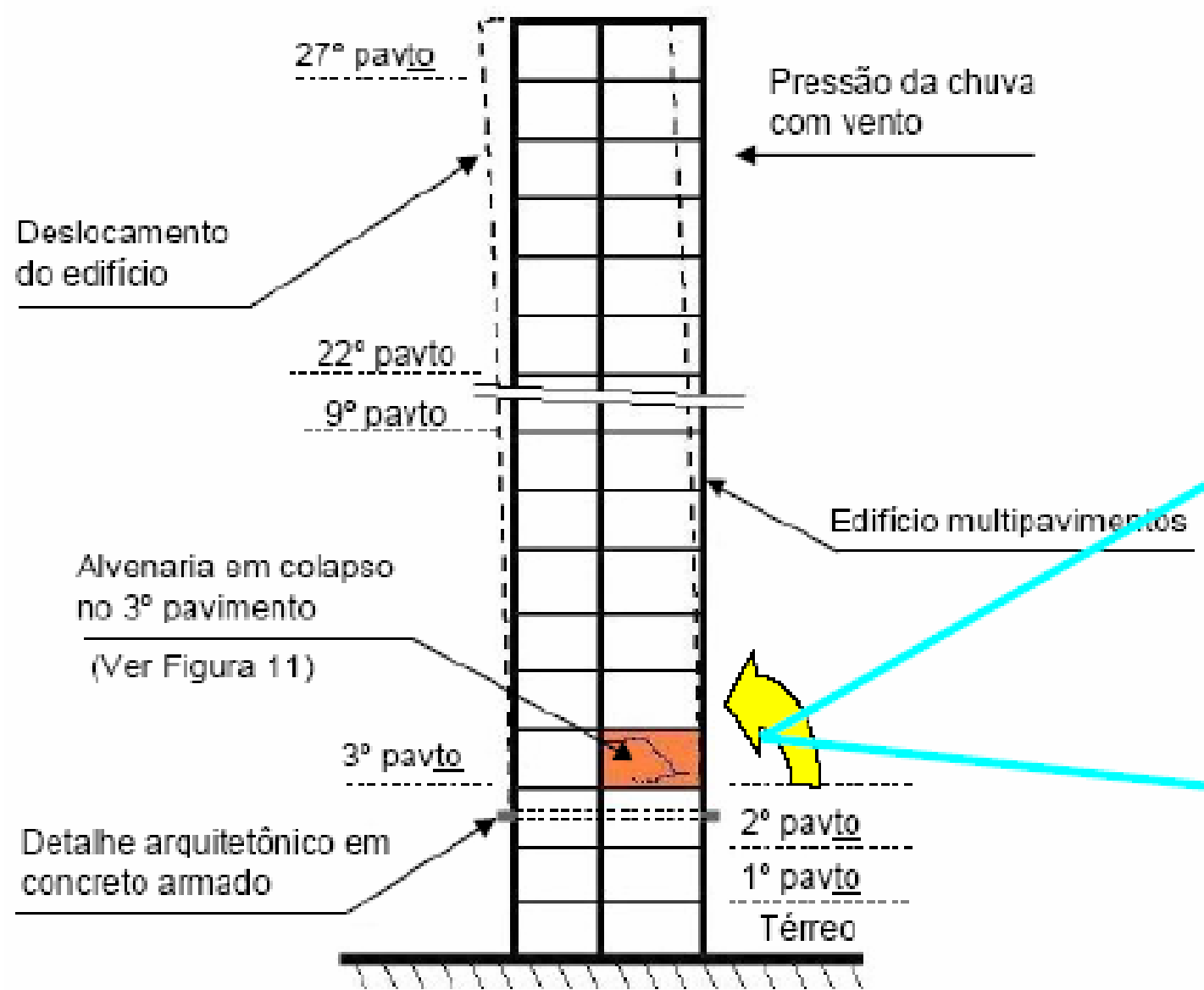
Revestimentos



Assentamentos



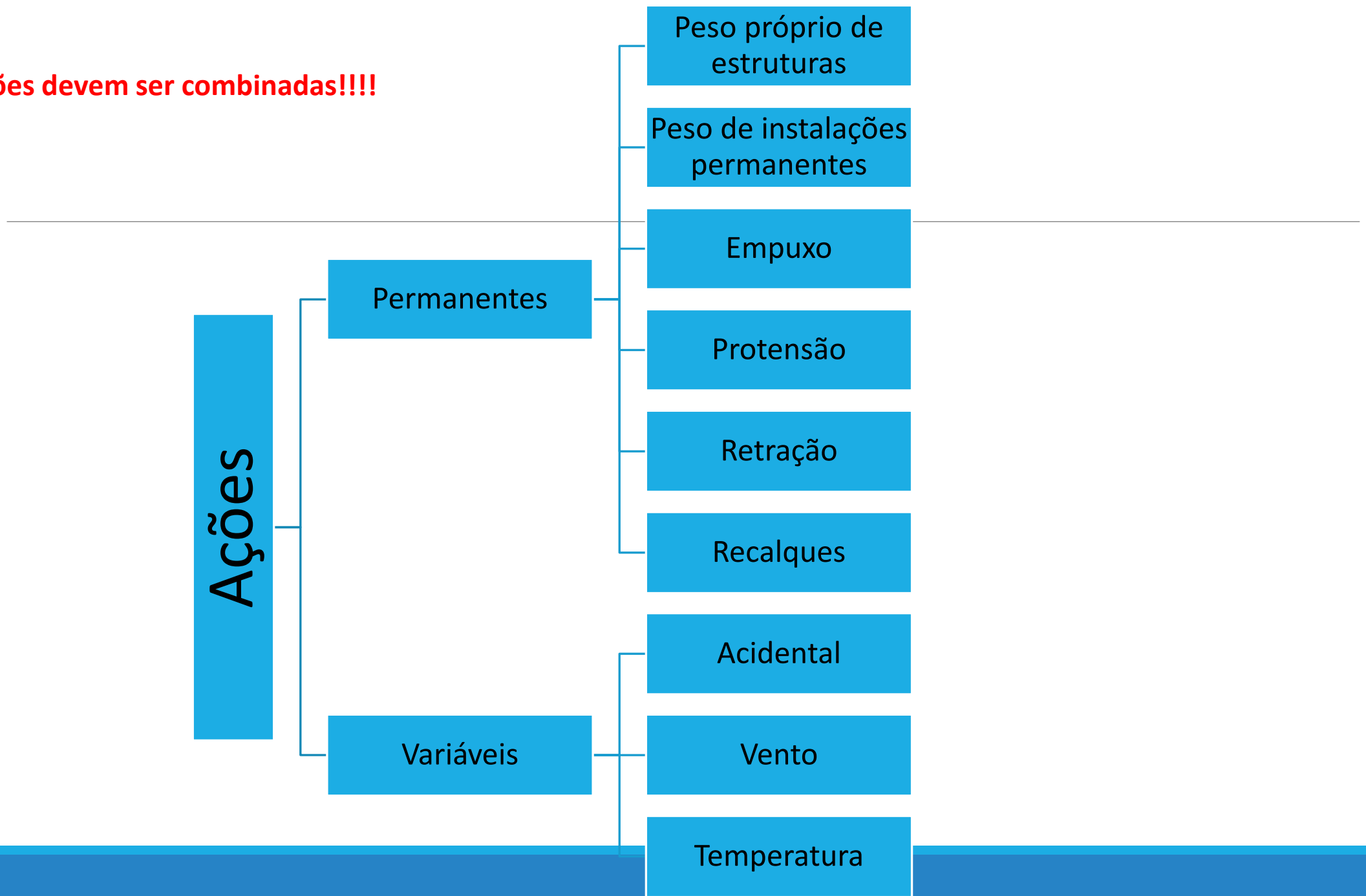
Blocos



Vídeos

<https://www.youtube.com/watch?v=g2rJTgGYLeU>

As ações devem ser combinadas!!!!



Estados Limites de Serviço (ELS)

Formação de fissuras
(ELS-F)

Estado em que se inicia a formação de fissuras
Frequentes de serviço
Raras de serviço

Abertura de fissuras
(ELS-W)

Estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos valores máximos especificados na norma
Frequentes de serviço

Deformação excessiva
(ELS-DEF)

Estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para utilização normal da estrutura
Quase permanente
Frequente de serviço (quando houver ações de vento ou temperatura)

Vibrações excessivas
(ELS-VE)

Estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para utilização normal da estrutura
Frequentes de serviço

O que é usual?

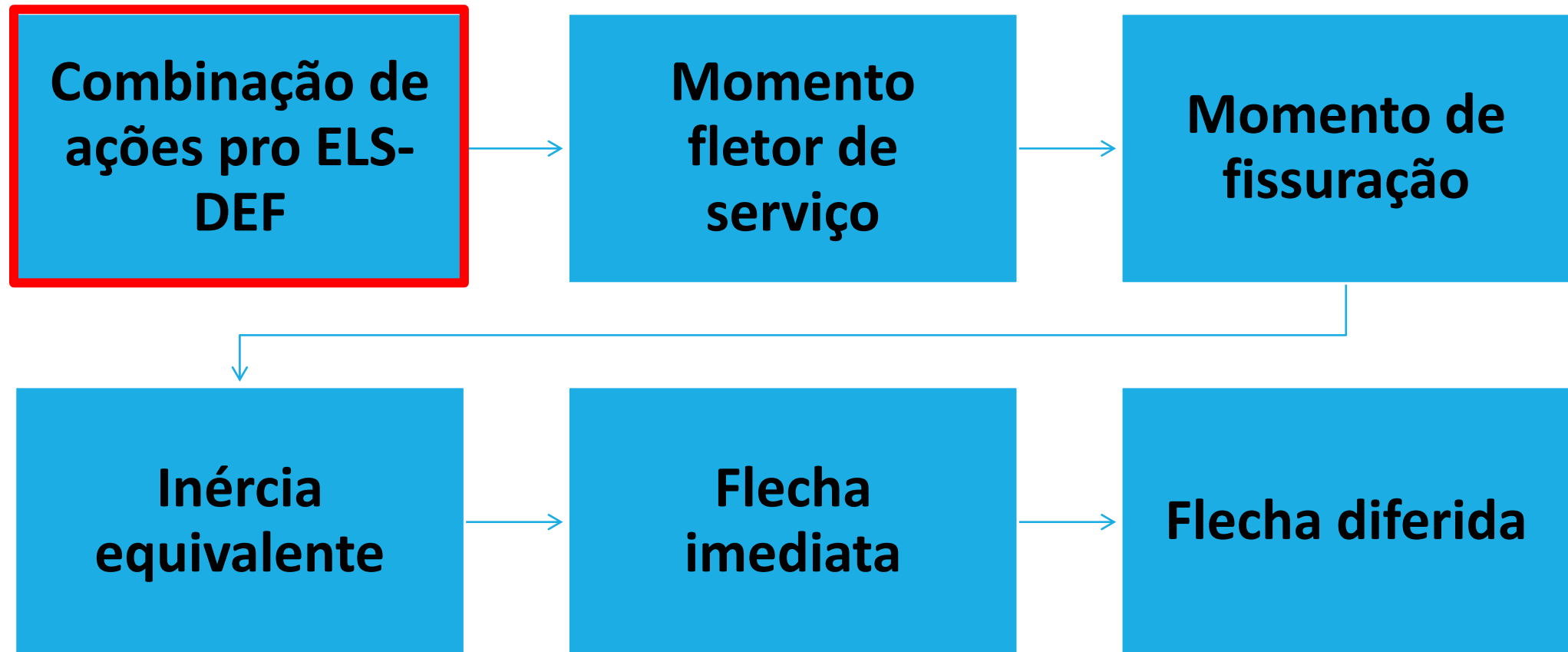
Para concreto armado é usual verificar:

- ELS de deformações excessivas (ELS-DEF)
- ELS de abertura de fissuras (ELS-W)
- ELS de vibrações excessivas (ELS-VE)

Para concreto protendido:

- ELS de deformações excessivas (ELS-DEF)
- ELS de abertura e formação de fissuras (ELS-W e ELS-F)
- ELS de descompressão (ELS-D)

Estado limite de serviço – deformação excessiva (ELS-DEF)



Tipos de Combinações de ações no ELS

Combinações quase permanentes

combinações de ações que podem atuar sobre a estrutura durante mais da metade do seu período de vida

TODAS as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes

$$F_{d\ serv} = \sum G_{i,k} + \sum \psi_{2j} * Q_{j,k}$$

$G_{i,k}$ - ações permanentes

ψ_{2j} - fator de redução de combinação quase permanente para o ELS

$Q_{j,k}$ - ações variáveis

Tipos de Combinações de ações no ELS

Combinações frequentes

Combinações de ações que se repetem, durante o período de vida da estrutura, em torno de 10^5 vezes em 50 anos ou que tenham duração total de vida a uma parte não desprezível desse período da ordem de 5%

$$F_{d\ serv} = \sum G_{i,k} + \psi_1 * Q_{1,k} + \sum \psi_{2j} * Q_{j,k}$$

$G_{i,k}$ - forças permanentes

ψ_{2j} - fator de redução de combinação quase permanente para o ELS

$Q_{j,k}$ - força variável

ψ_1 - fator de redução de combinação frequente para o ELS

$Q_{1,k}$ - ações variáveis principais diretas no ELS

Tipos de Combinações de ações no ELS

Combinações raras

Combinações de ações que podem atuar no máximo algumas horas durante o período de vida da estrutura

$$F_{d\ serv} = \sum G_{i,k} + Q_{1,k} + \sum \psi_{1j} * Q_{j,k}$$

$G_{i,k}$ -ações permanentes

$Q_{j,k}$ - ações variáveis

$\psi_{1,j}$ - fator de redução de combinação frequente para o ELS

Exemplo 1

para uma viga sujeita as cargas abaixo, verifique o ELS – DEF.

Peso próprio da viga -> $G1 = 2 \text{ kN/m}$

Peso próprio da alvenaria -> $G2 = 14,5 \text{ kN/m}$

Carga acidental -> $Q \text{ aci} = 2 \text{ kN/m}$

A viga de seção 15x50 cm está biapoiada e tem vão de 5 m. concreto C30. classe de agressividade ambiental 3. estribos $\phi 5 \text{ mm}$ em aço CA-50. A viga pertence a uma Edificação residencial. Brita: gnaisse. Armadura de tração: $4\phi 12,5 \text{ mm}$ em aço CA-50. não tem armadura de compressão (não é viga de armadura dupla).

A edificação foi entregue 4 meses após início da construção.

Resolução

1: determinação das combinações de serviço

Peso próprio da viga -> $G_1 = 2 \text{ kN/m}$

Peso próprio da alvenaria -> $G_2 = 14,5 \text{ kN/m}$

Carga acidental (residência) -> $Q_{aci} = 2 \text{ kN/m}$

Qual o tipo de combinação usar para verificar a possível deformação excessiva da viga?

Quase permanente, pois a viga não está sujeita a ação do vento de forma a ser utilizada a combinação quase permanente para verificação do ELS-DEF

$$F_{d \text{ serv}} = \sum G_{i,k} + \sum \psi_{2j} * Q_{j,k}$$

$$F_{d \text{ serv}} = 2 + 14,5 + 0,3 * 2$$

$$F_{d \text{ serv}} = 17,1 \text{ kN/m}$$

Tabela 11.2 – Valores do coeficiente γ_{f2}

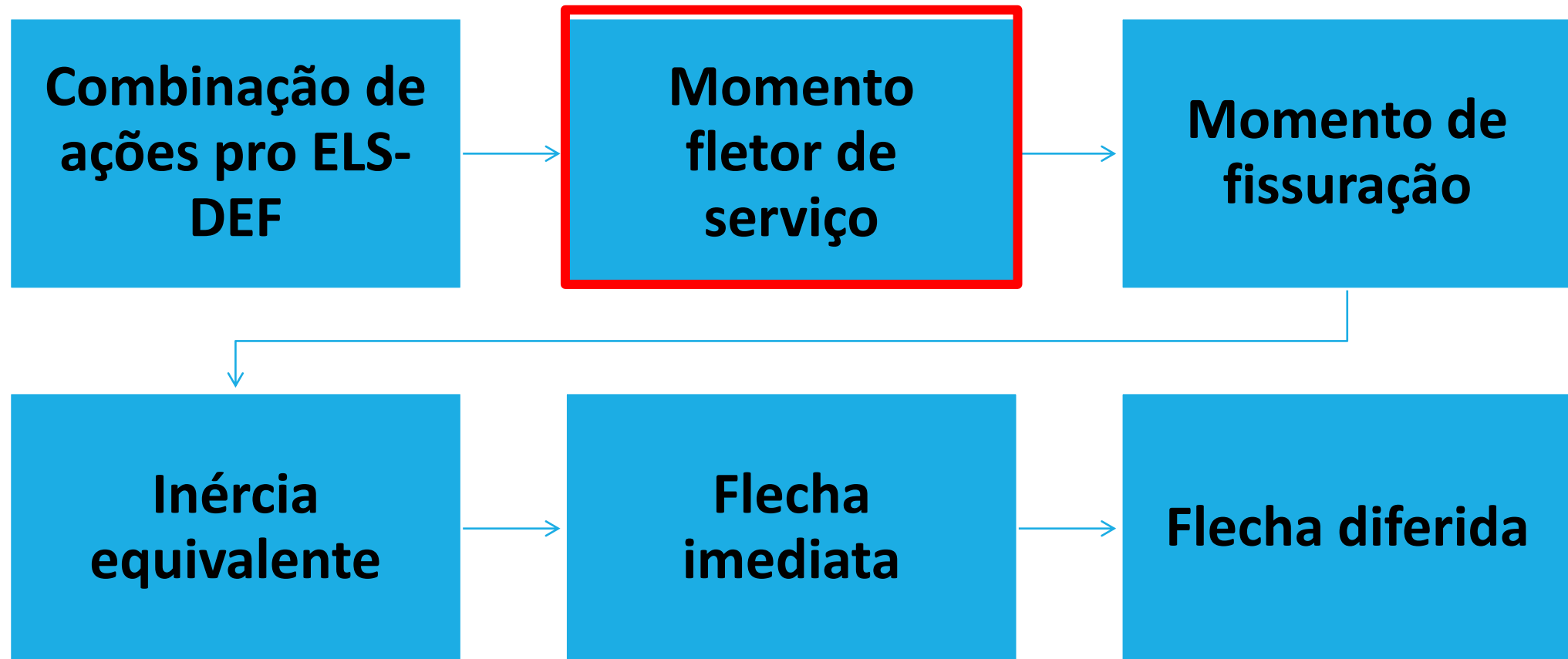
Ações		γ_{f2}		
		ψ_0	ψ_1^a	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ^b	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ^c	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

^a Para os valores de ψ_1 relativos às pontes e principalmente para os problemas de fadiga, ver Seção 23.

^b Edifícios residenciais.

^c Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.

Estado limite de serviço – deformação excessiva (ELS-DEF)



Resolução

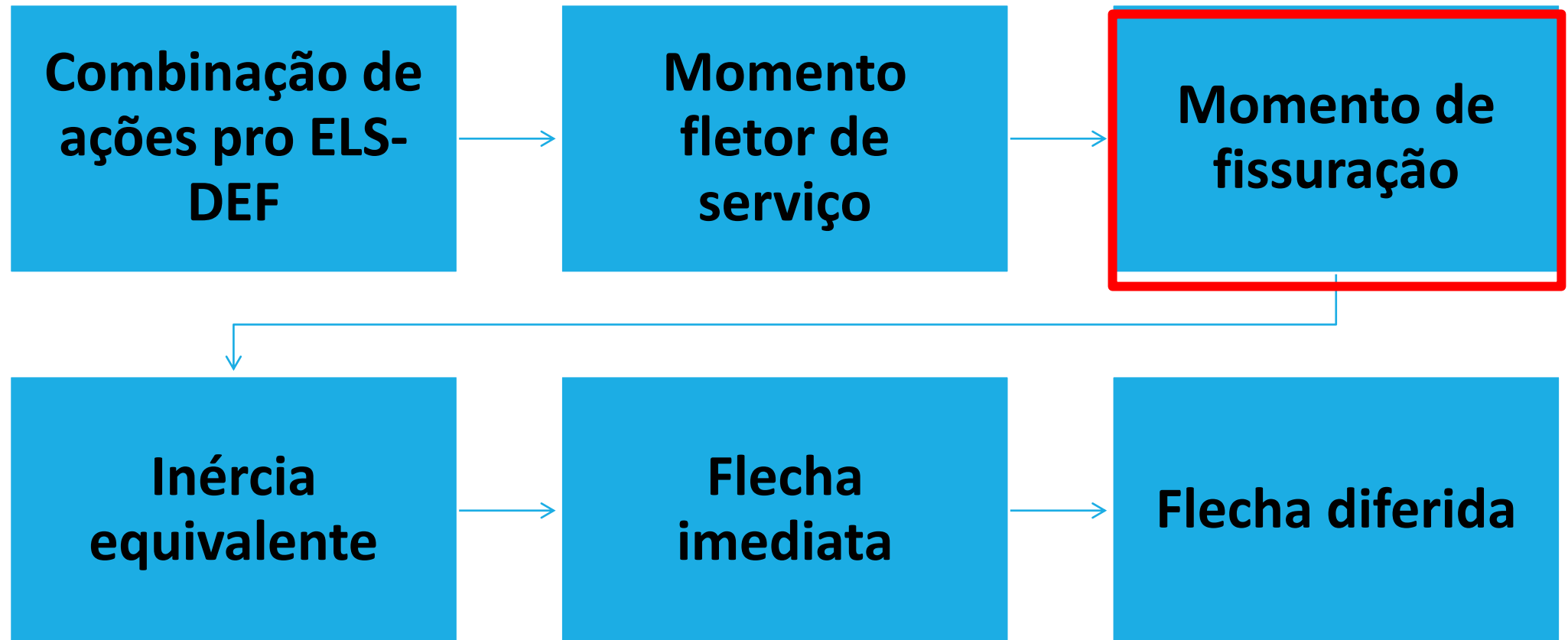
2: determinação do momento fletor de serviço

$$M_{d \text{ serv}} = \frac{F_{d \text{ serv}} * l^2}{8}$$

$$M_{d \text{ serv}} = \frac{17,1 * 5^2}{8}$$

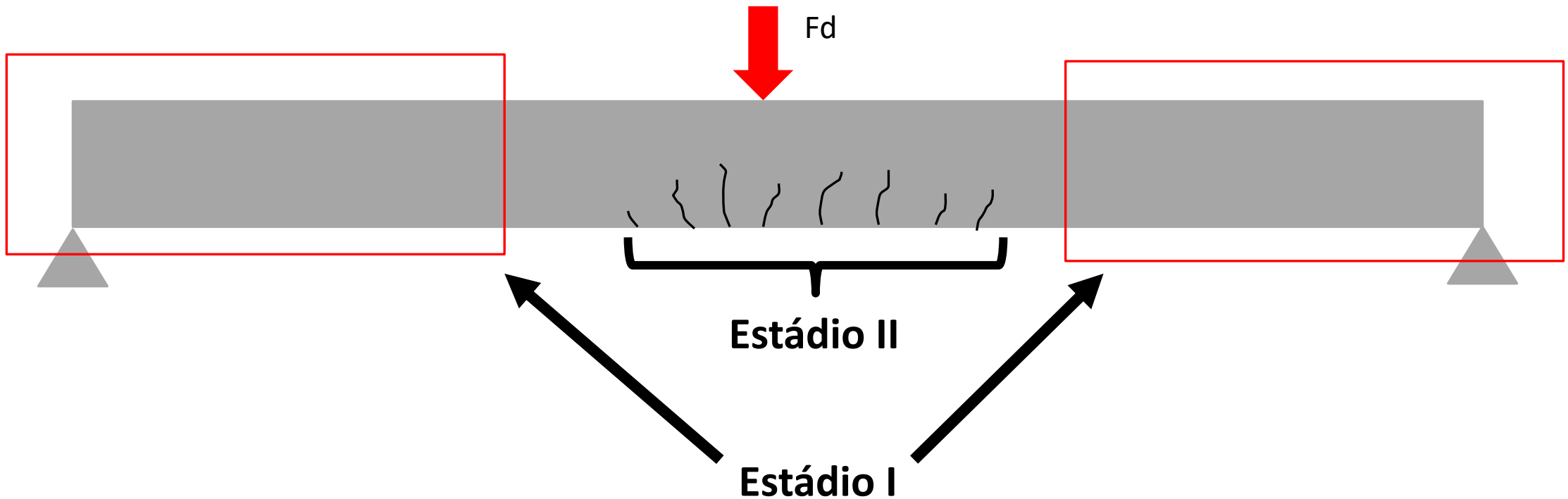
$$M_{d \text{ serv}} = 53,44 \text{ kN.m ou } 5\,344 \text{ kN.cm}$$

Estado limite de serviço – deformação excessiva (ELS-DEF)



Momento de fissuração

No ELS, as estruturas trabalham parcialmente no estágio I e parcialmente no estágio 2



Momento de fissuração

$$M_R = \frac{\alpha * f_{ct} * I_c}{y_t}$$

α – fator de forma dado em função do formato da seção transversal

$$\alpha = \begin{cases} 1,5 & \rightarrow \text{seção retangular} \\ 1,2 & \rightarrow \text{seção em T ou duplo T} \\ 1,3 & \rightarrow \text{para seções I ou T invertidos} \end{cases}$$

f_{ct} - resistência à tração direta

$$f_{ct} = \begin{cases} f_{ctk,inf} = 0,7 * f_{ctm, ELS} - F \\ f_{ctm, ELS} - DEF \begin{cases} f_{ctm} = 0,3 * f_{ck}^{2/3}, \text{concreto de classe até C50} \\ f_{ctm} = 2,12 \ln(1 + 0,11 * f_{ck}), \text{concreto de classes C55 até C90} \end{cases} \end{cases}$$

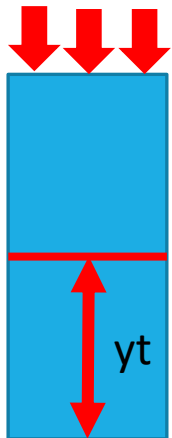
Momento de fissuração

$$M_R = \frac{\alpha * f_{ct} * I_c}{y_t}$$

I_c - momento de inércia da seção bruta de concreto. Para seções retangulares:

$$I_c = \frac{b * h^3}{12}$$

y_t - distância do centro de gravidade da seção de concreto até a fibra mais tracionada



Resolução

3: determinação do momento de fissuração

$$M_R = \frac{\alpha * f_{ct} * I_c}{y_t}$$

$$f_{ctm} = 0,3 * f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{ctm} = 0,3 * 30^{2/3}$$

$$f_{ctm} = 2,89 \text{ MPa}$$

Resolução

3: determinação do momento de fissuração

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$I_c = \frac{15 \cdot 50^3}{12}$$

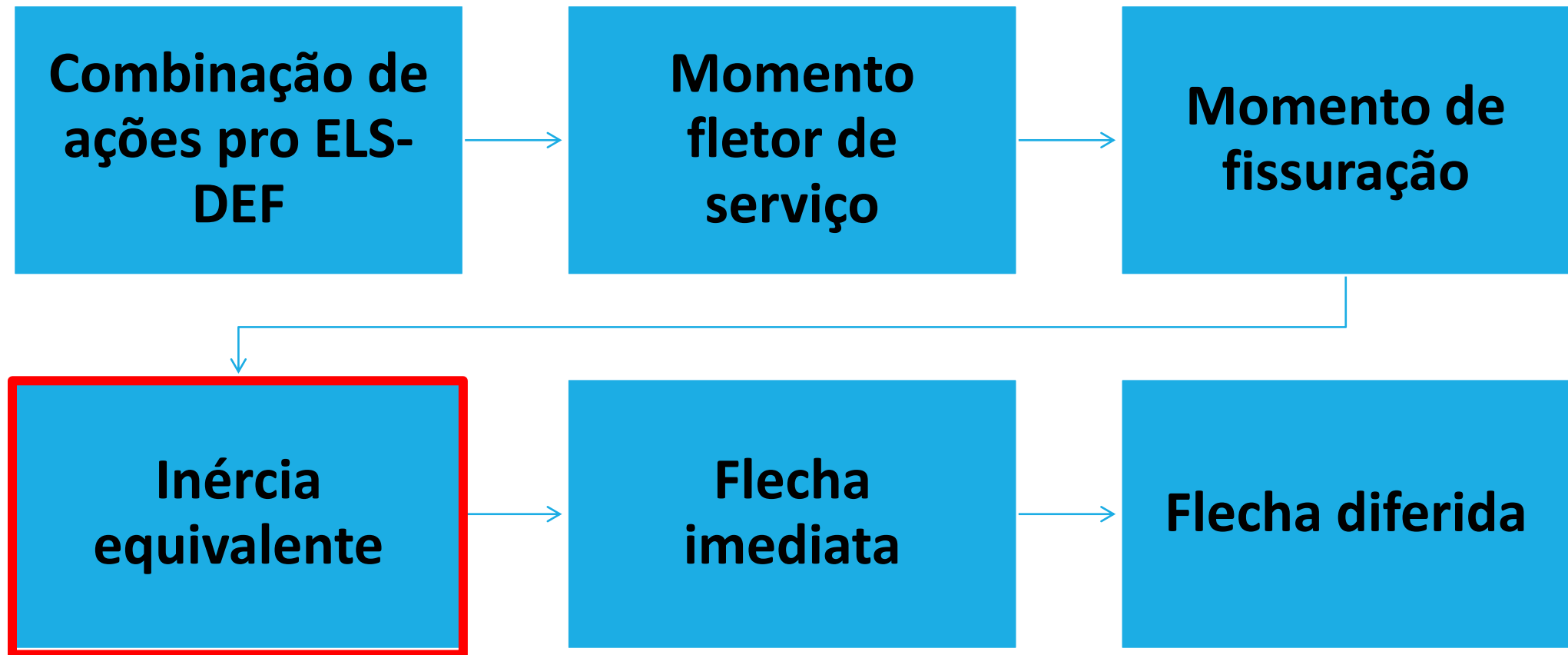
$$I_c = 156250 \text{ cm}^4$$

$$M_R = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$$

$$M_R = \frac{1,5 \cdot 0,289 \cdot 156250}{25}$$

$$M_R = 2709 \text{ kN.cm}$$

Estado limite de serviço – deformação excessiva (ELS-DEF)



Inércia equivalente

Viga parcialmente no estágio I e parcialmente no estágio II

Deve-se determinar a inércia da viga fissurada → determinar a inércia equivalente da viga fissurada

Inércia equivalente

→ determinar os módulos de elasticidade secante dos materiais (concreto e aço)

Módulo de elasticidade secante do concreto:

$$E_{cs} = 0,85 * E_{ci}$$

$$E_{ci} = \alpha_E * 5600 * \sqrt{f_{ck}} \rightarrow \text{concretos C20 a C50}$$

$$E_{ci} = 21,5 * 10^3 * \alpha_E * \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25\right)^{\frac{1}{3}} \rightarrow \text{concretos C55 a C90}$$

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$ para calcário;

$\alpha_E = 0,7$ para arenito.

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$ para calcário;

$\alpha_E = 0,7$ para arenito.



Basalto



Diabásio



Calcário



Granito



Gnaisse



Arenito



2

Basalto

3

Diabásio

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$ para calcário;

$\alpha_E = 0,7$ para arenito.



Basalto



Diabásio



Calcário



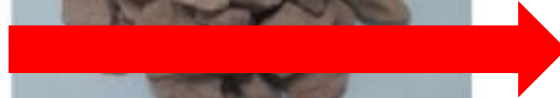
Granito



Gnaisse



Arenito



$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$ para calcário;

$\alpha_E = 0,7$ para arenito.



Basalto



Diabásio



Calcário



Granito



Gnaisse



Arenito



$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$ para calcário;

$\alpha_E = 0,7$ para arenito.



Basalto



Diabásio



Calcário



Granito



Gnaisse



Arenito



Altura da linha neutra no estád

→ deve-se determinar a altura da linha neutra da seção com fissuração

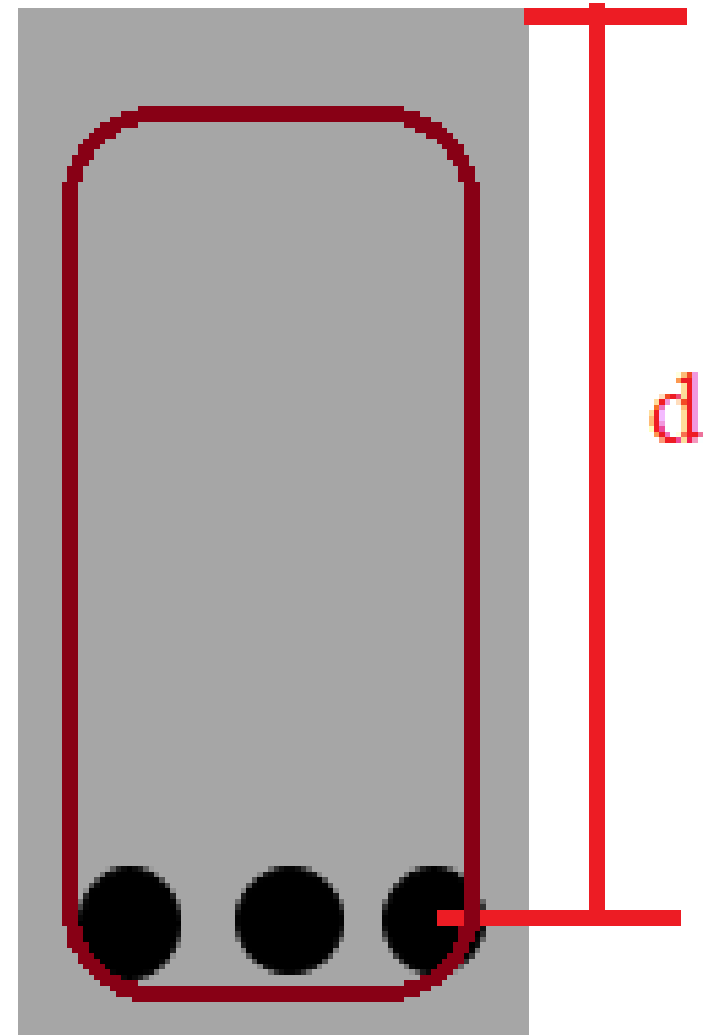
$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad \text{— } 210 \text{ GPa} \quad \text{ou} \quad \underline{200 \text{ GPa}}$$

α_e - fator de equivalência dos módulos de elasticidade

$$x_{II} = \frac{\alpha_e * A_s}{b_w} * \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e * \rho}} \right]$$

A_s - área de aço

ρ - taxa de armadura por área de concreto $\rightarrow \rho = \frac{A_s}{A_c}$



$A_{s, req} = 2,2 \text{ cm}^2$ or minimum

ϕ	f_{mi}	N°
10	0,78	3
12,5		2
16		2

$2 A_{s, min}$

$$\frac{2,2}{0,78} = 3$$

$$A_s = 3 \times \frac{\pi \times d^2}{4}$$

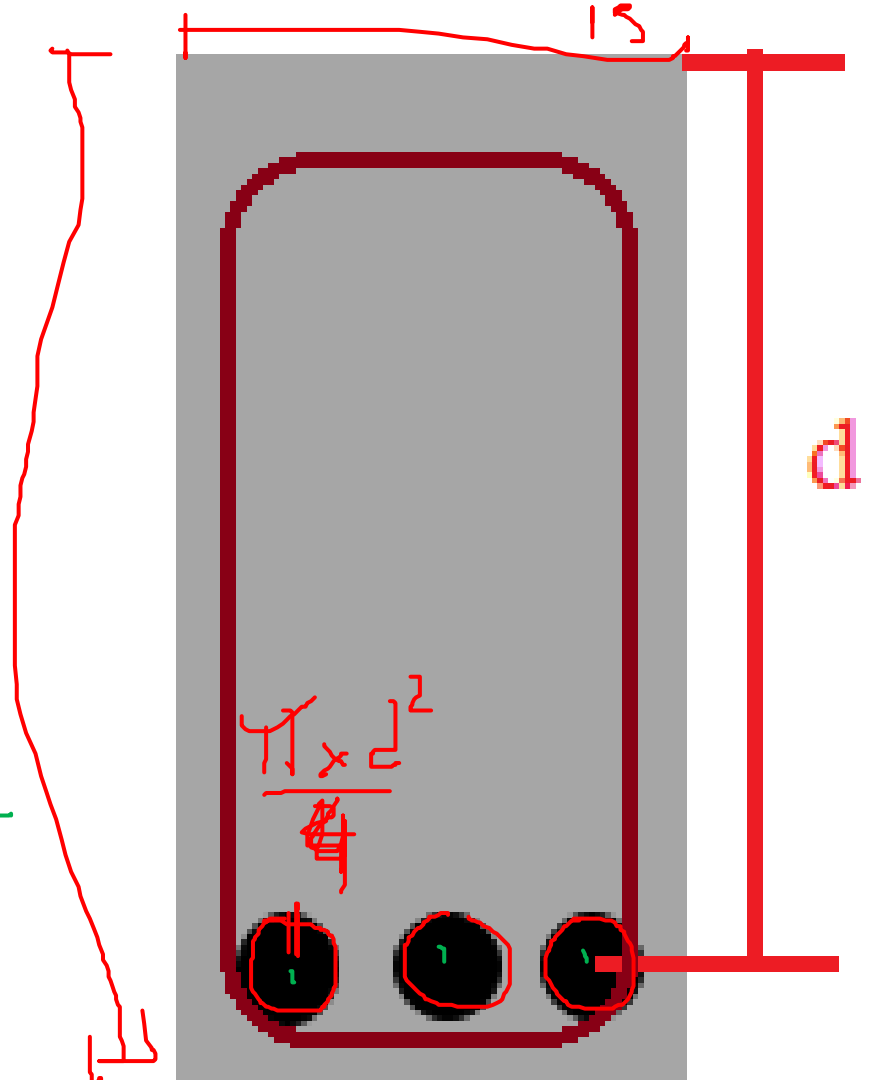
$$A_s = 3 \times \frac{\pi \times d^2}{4} \rightarrow A_{s, calc}$$

$$A_s = 2,35 \text{ cm}^2$$

$$m \times \frac{\pi \times d^2}{4}$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = \frac{m \times A_{s, min}}{b_w \times h} = 2,35$$

30



Inércia equivalente

Momento de inércia da viga fissurada

$$I_{II} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2$$

momento de inércia equivalente

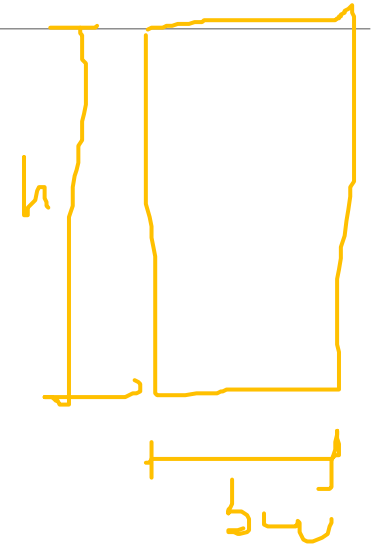
$$I_{eq} = \left(\frac{M_R}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_R}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II}$$

M_a - é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, ou seja, o momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;

TREÇÃO

$$A_s = \eta \cdot \frac{M \cdot d}{f_y}$$

$$M_{eq} = M_{sd}$$



$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

Resolução

4: Módulos de elasticidade dos materiais

$$E_s = 210 \text{ GPa} = 210000 \text{ MPa}$$

→ concretos C20 a C50

$$E_{ci} = \alpha_E * 5600 * \sqrt{f_{ck}}$$

(fck entra em MPa)

$$E_{ci} = 1 * 5600 * \sqrt{30}$$

$$E_{ci} = 30672,46 \text{ MPa}$$

G1 $f_{ck} = 30 \text{ MPa} \rightarrow \text{C30}$

C20 < C30 < C50

$$\alpha_E = 1$$

Resolução

4: Módulos de elasticidade dos materiais

$$E_{cs} = 0,85 * E_{ci}$$

$$E_{cs} = 0,85 * 30672,46$$

$$E_{cs} = 26071 \text{ MPa}$$

Resolução

5: determinação da altura da linha neutra no estágio II

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} \rightarrow \text{Uma unidade}$$

$$\alpha_e = \frac{210000 \text{ MPa}}{26071 \text{ MPa}}$$

$$\alpha_e = 8,05$$

$$\frac{210000 \text{ Pa}}{26071} \xrightarrow{\times 1000} \text{MPa}$$

Resolução

5: determinação da altura da linha neutra no estágio II

$$x_{II} = \frac{\alpha_e * A_s}{b_w} * \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e * \rho}} \right]$$

$$A_{uni} = \pi * \frac{d^2}{4}$$

$$A_{uni} = \pi * \frac{1,25^2}{4}$$

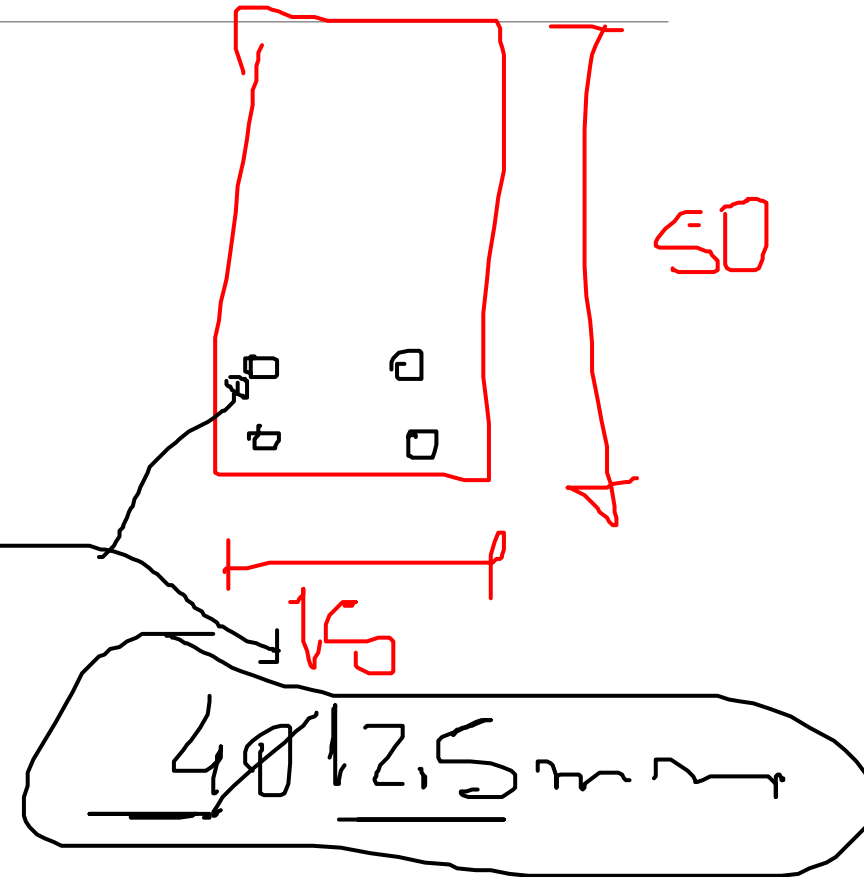
$$= 1,23 \text{ cm}^2$$

$$A_{uni} = 1,23 \text{ cm}^2$$

$$A_s = n * A_{uni}$$

$$A_s = 4 * 1,23 = 4,92 \text{ cm}^2$$

$A_s = ?$



4Ø12,5 mm

Resolução

5: determinação da altura da linha neutra no estágio II

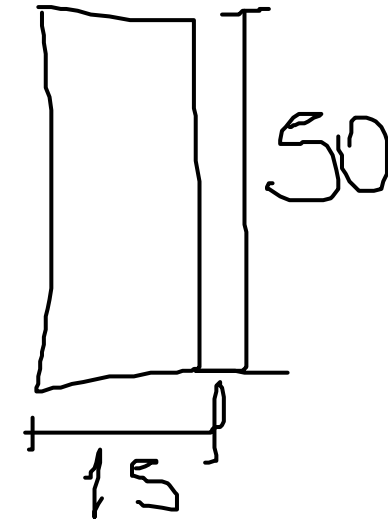
$$x_{II} = \frac{\alpha_e * A_s}{b_w} * \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e * \rho}} \right]$$

$$A_s = 4 * 1,23$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} \quad 1,92 \text{ cm}^2$$

$$\rho = \frac{4 * 1,23}{15 * 50} = \underline{0,006} \quad \text{cm}^2$$

D | dimensionado



Resolução

5: determinação da altura da linha neutra no estágio II

$$x_{II} = \frac{\alpha_e * A_s}{b_w} * \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e * \rho}} \right]$$
$$x_{II} = \frac{8,05 * 4 * 1,23}{15} * \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{8,05 * 0,006}} \right]$$
$$x_{II} = 14,55 \text{ cm}$$

Handwritten annotations: 04,42 (red), 2,64 (red), 5,51 (red), 6,51 (green)

Resolução

CAA 3 → 4 cm

6: momento de inércia no estágio II (região fissurada)

$D = h - c - \text{diâmetro do estribo} - \text{diâmetro}/2$

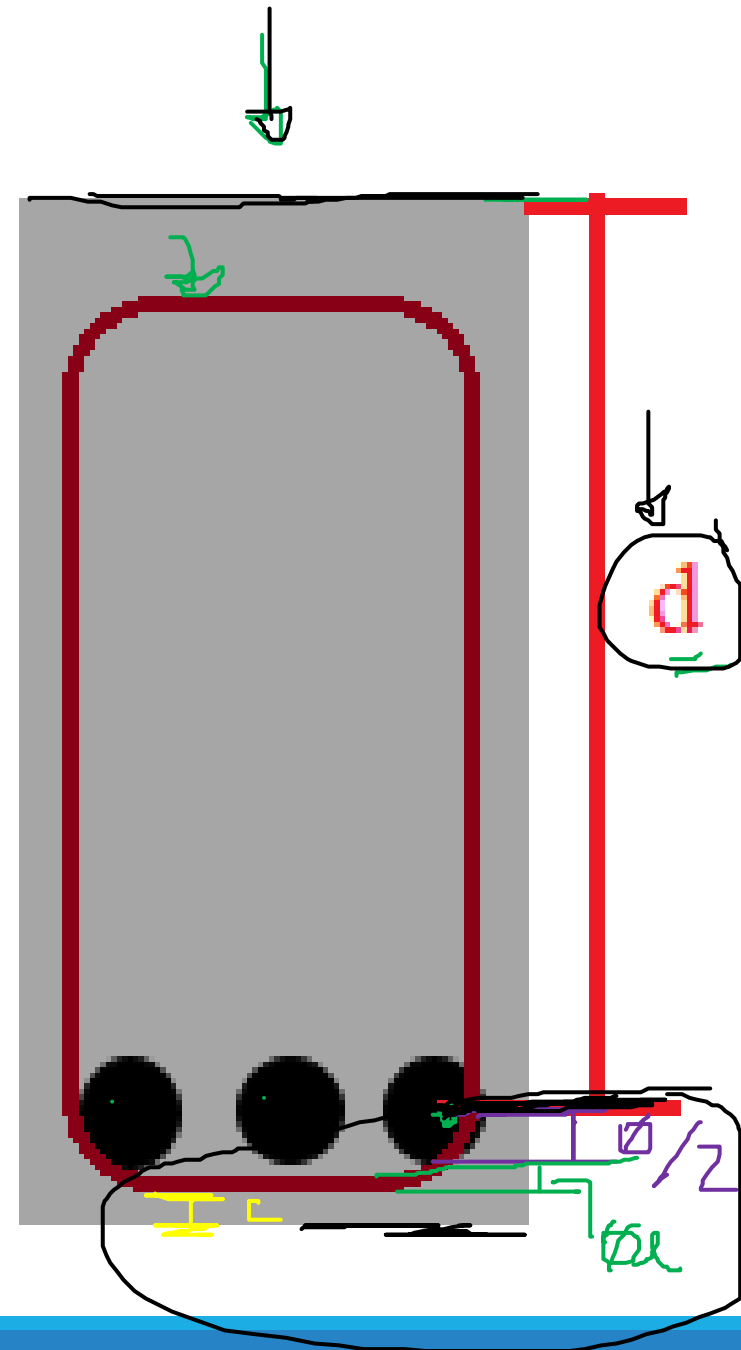
$$D = 50 - 4 - 0,5 - 1,25/2$$

$$D = 44,9 \text{ cm}$$

$$I_{II} = \frac{b_w * x_{II}^3}{3} + \alpha_e * A_s * (d - x_{II})^2$$

$$I_{II} = \frac{15 * 14,55^3}{3} + 8,05 * 4 * 1,23 * (44,9 - 14,55)^2$$

$$I_{II} = 51886,92 \text{ cm}^4$$



Resolução

$$M_a = M_{sd}$$

$$M_a = M_{s_{\text{red}}}$$

Etapa 7: inercia equivalente

$$I_{eq} = \left(\frac{M_R}{M_a} \right)^3 * I_c + \left[1 - \left(\frac{M_R}{M_a} \right)^3 \right] * I_{II}$$
$$I_{eq} = \left(\frac{2709,37}{5344} \right)^3 * 156250 + \left[1 - \left(\frac{2709,37}{5344} \right)^3 \right] * 51886,92$$

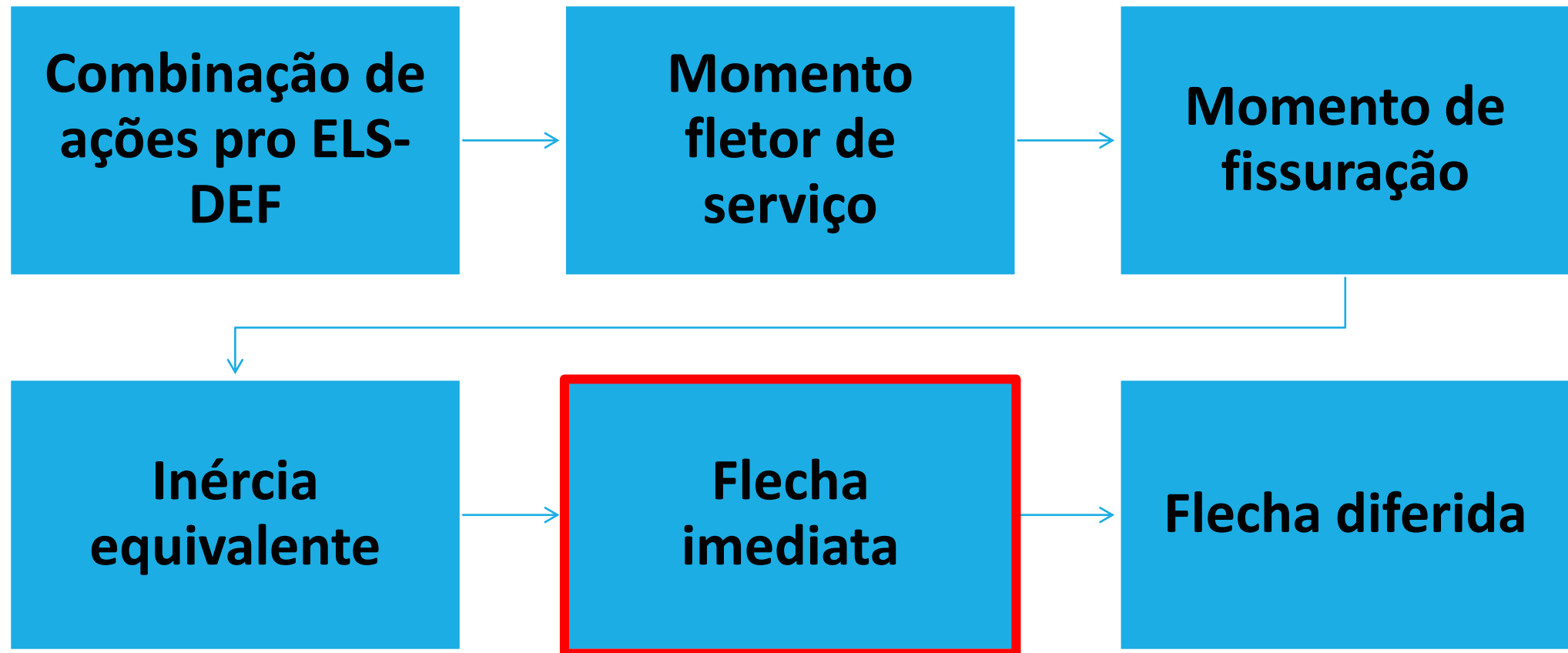
$$I_{eq} = 65487,34 \text{ cm}^4$$

$$I_c = 156250 \text{ cm}^4$$

$$I_{II} = 51886,92 \text{ cm}^4$$

$$I_{II} = 51886,92 \text{ cm}^4$$

Estado limite de serviço – deformação excessiva (ELS-DEF)

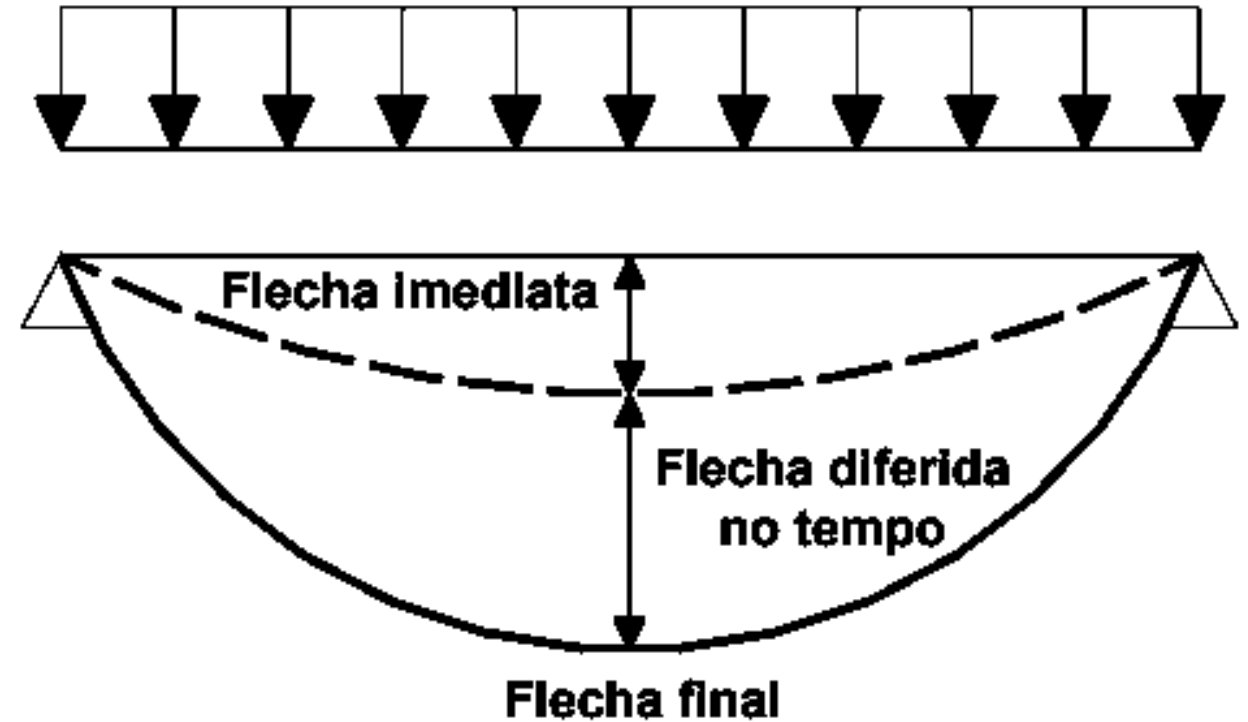


Flecha imediata

Para carga uniformemente distribuída, a flecha imediata no meio do vão é dada por:

$$a_q = \frac{5 * F_{d \text{ serv}} * l^4}{384 * E_c * I_{eq}}$$

A força de serviço de projeto ($F_{d \text{ serv}}$) usada para determinar a flecha imediata é aquela obtida por meio da combinação quase permanente



Resolução

$$a_q = \frac{5 * F_{d, serv} * l^4}{384 * E_c * I_{eq}}$$

$$a_q = \frac{5 * \left(\frac{17,1}{100}\right) * 500^4}{384 * 2607,1 * 65487,34 \text{ cm}^4}$$

$$a_q = 0,8 \text{ cm}$$

KN/m
↓ ÷ 100
KN/cm

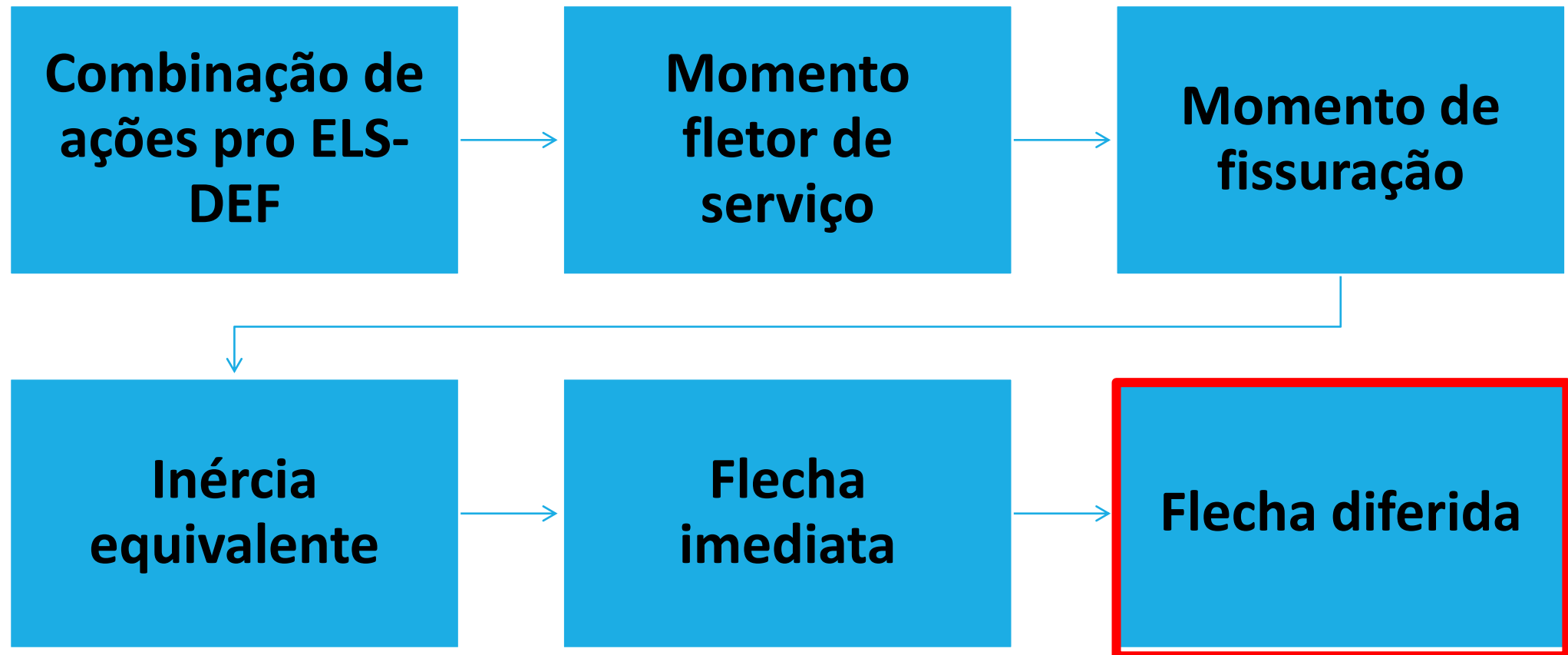


$$E_c = 26071 \text{ MPa}$$

$$\text{MPa} \rightarrow \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2}$$

÷ 10

Estado limite de serviço – deformação excessiva (ELS-DEF)



Flecha diferida

decorrente das cargas de longa duração em função da fluência

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'}$$

$\rho' = \frac{A_s'}{bd}$

$\rho' \rightarrow$ *uniga de dupla = 0*
 $\rho' = 0$

ξ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na Tabela 17.1 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

$$\xi(t) = 0,68 (0,996^t) t^{0,32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses}$$

Flecha diferida

Tabela 17.1 – Valores do coeficiente ξ em função do tempo

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

$$a_f = \alpha_f * (1 + a_q)$$

a_f - flecha final

Resolução

Etapa 9: determinar a flecha diferida

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1+50*\rho'}$$

$$\alpha_f = \frac{(2-1,04)}{1+50*0}$$

$$\alpha_f = 0,96$$

$$a_f = \alpha_f * (1 + a_q)$$

$$a_f = 0,96 * (1 + 0,8)$$

$$a_f = 1,72 \text{ cm}$$

Deslocamentos limites

Deslocamentos-limites são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado-limite de deformações excessivas da estrutura

são classificados nos quatro grupos básicos a seguir relacionados:

aceitabilidade sensorial: o limite é caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável

efeitos específicos: os deslocamentos podem impedir a utilização adequada da construção

efeitos em elementos não estruturais: deslocamentos estruturais podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão a ela ligados

efeitos em elementos estruturais: os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas. Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-as ao modelo estrutural adotado.

Tabela 13.3 – Limites para deslocamentos

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento-limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$l/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$l/350$
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$l/250^a$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$l/350+$ contraflecha ^b
			Ocorrido após a construção do piso	$l/600$
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento	

Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	$\ell/500$ ^c e 10 mm e $\theta = 0,0017$ rad ^d
		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	$\ell/250$ ^c e 25 mm
		Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação frequente ($\psi_1 = 0,30$)	$H/1\ 700$ e $H_i/850$ ^e entre pavimentos ^f
		Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	$\ell/400$ ^g e 15 mm

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento-limite
Efeitos em elementos não estruturais	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	$H/500$
		Revestimentos colados	Ocorrido após a construção do forro	$l/350$
		Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após a construção do forro	$l/175$
	Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenação	$H/400$
Efeitos em elementos estruturais	Afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas	Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-os ao modelo estrutural adotado.		

Resolução

Parede, caixilhos de porta e janela

Deslocamento limite= $l/500$

Deslocamento limite= $500/500$

Deslocamento limite= 1cm

Deslocamento limite= $1\text{cm} < a_f = 1,72\text{ cm}$

→ não atende os quesitos da norma com relação a efeitos sobre a alvenaria e elementos, como caixilhos de porta e janela, devido ao deslocamento da viga

Resolução

Aceitabilidade sensorial

Deslocamento limite= $l/250$

Deslocamento limite= $500/250$

Deslocamento limite= 2cm

Deslocamento limite= 2cm $> a_f = 1,72 \text{ cm}$

→ atende os quesitos da norma com relação a aceitabilidade sensorial visual devido ao deslocamento da viga