

Alice no País dos Números

CARLO FRABETTI

Tradução

Maria Dolores Prades

Ilustrações

Cris & Jean

ea
editora ática



7
6
5
4
3
2
1

Alice no País dos Números

1978

Trabalho original: *Madellus mathematicus*

Trabalho da edição: *Transtorno: Alice no País das Números*

© 2000, Madellus mathematicus, Carlo Frabetti

© Edição original: 2000, Grupo Santillana de Ediciones, S.A.,
Tenerife, 60120041 Madrid – Telefone: 91 744 90 60

Director editorial

Edição

Edição assistente

Coordenador de texto

Revisão de português

Fernando Paucko

Claudia Mesquita

Márcia Corrêa

Leoni Paganini Bastara

Jeremi Ayala

ARTE

Projeto gráfico

Edição de arte

Edição de arte auxiliar

Edição de arte técnica

Projeto iconográfico

Tratamento de imagens

Marcos Labaca

Suzana Laub

Antonio Paulus

Eduardo Rodrigues

Mônica K. Moura

Luíza Maria Mihalache

Cesar Wolf

Agradecimentos ao prof. Eneaso Rossi pelo conselhos.

CIP-Brasil. CATALOGAÇÃO NA FONTE
SINDICATO NACIONAL DOS EDITORES DE LIVROS, RJ

P85

T4d

Trabalho, Carlo, 1985.

Alice no País das Números / Carlo Frabetti ; tradução Maria Tullam

Paulus ; ilustração Cláudia Mesquita. - 2.ed. - São Paulo: Ática, 2000.

112p. : il.

Tradução de Madellus mathematicus

Coletor eletrônico de dados

ISBN 978-85-08-12217-0

1. Criança. Livros. ICDJ. I. Frabetti, Eneaso. II. Alice no País das Números. 3. Matemática recreativa. I. Tullam, Maria Tullam. II. Mesquita, Cláudia. IV. Título.

CDU. 026.5

09.4873.

CDU. 026.5

CDU. 026.5

ISBN 978 85 08 12217 0 (álbano)

ISBN 978 85 08 12218 7 (professor)

Código da obra CL 796051

2014

2ª edição

1ª impressão

Impressão e acabamento: Grafica Ave Maria

Todos os direitos reservados pela Editora Ática, 2002

Av. Oliveira Álvares de Lima, 4400 - CEP 02099-900 - São Paulo, SP

Atendimento ao cliente: 4003-3061 - atendimento@atica.com.br

www.atica.com.br

www.atica.com.br

PROIBIMOS: de copiar ou fazer qualquer reprodução ou tradução, de qualquer forma, sem a autorização expressa da Editora Ática. É permitida a reprodução em pequenas quantidades para fins pessoais, desde que não seja feita para fins comerciais. É permitida a reprodução em pequenas quantidades para fins pessoais, desde que não seja feita para fins comerciais. É permitida a reprodução em pequenas quantidades para fins pessoais, desde que não seja feita para fins comerciais.

Sumário

A matemática não serve para nada	7
O conto da conta	11
O buraco da minhoca	17
O País dos Números	20
O crivo de Eratóstenes	30
O labirinto	35
O monstro do labirinto	38
O deserto de trigo	50
Um bosque de números	56
O chá das cinco	64
O sorriso enigmático	73
O quadrado mágico	77
O matemago	85
Os coelhos de Fibonacci	93
Epílogo	101



A matemática não serve para nada

Alice estava sentada no parque perto de sua casa, com um livro e um caderno no colo e uma caneta na mão. O sol brilhava e os pássaros alegravam a manhã com seu canto, mas a menina estava de mau humor; tinha de fazer a lição de casa.

— Que droga de matemática! Por que tenho de perder tempo com essas contas ridículas em vez de brincar ou ler um bom livro de aventura? — queixou-se em voz alta. — A matemática não serve pra nada!

Como se suas palavras fossem mágicas, saiu detrás de uns arbustos, ao lado do banco onde estava sentada, um estranho personagem: um indivíduo comprido, com rosto melancólico, usando roupas como as de antigamente. Parecia uma ilustração de um velho livro de Dickens que havia na casa de sua avó, pensou Alice.

— Será que ouvi direito, jovem? Você disse que a matemática não serve para nada? — perguntou o homem, com uma expressão preocupada.

— Sim, foi isso mesmo que eu disse. Mas, quem é você? Não é um daqueles que incomodam as meninas nos parques...?

— Depende do que você entende por incomodar. Se a matemática a incomoda tanto quanto suas lamentações absurdas fazem cret, talvez se sinta, de fato, pouco à vontade na frente de um matemático.

— Por quê? Por acaso você é matemático? Você mais parece um desses poetas que andam por aí arrancando pétalas de margaridas.

— Também sou poeta.



– Recite um poema, então.

– Depois, talvez. Quando a gente encontra uma menina cabeça dura que diz que a matemática não serve para nada, precisa primeiro mostrar que está errada.

– Não sou cabeça dura! – protestou Alice. – E não quero que fique aí falando de matemática!

– Isso é um absurdo, considerando o quanto os números lhe interessam.

– Me interessam? Você está brincando! Os números não me interessam nem isto aqui – retrucou Alice, juntando a ponta do indicador e do polegar. – Não sei, nem quero saber nada de matemática.

– Está enganada. Sabe mais do que pensa saber. Por exemplo, quantos anos você tem?

– Onze.

– E quantos anos você tinha no ano passado?

– Mas que pergunta boba... dez, óbvio.

– Então, você sabe contar, e essa é a origem e a base da aritmética. Você acabou de dizer que não serve para nada, mas, já parou para pensar como seria o mundo se não existissem os números, se não soubéssemos contar?

– Com certeza seria muito mais divertido.

– Mas, por exemplo, você não saberia que tem onze anos. Aliás, ninguém saberia, e, muito provavelmente, em vez de estar tão tranquila passeando no parque, talvez estivesse trabalhando como um adulto.

– Não estou passeando, estou estudando matemática!

– Muito bom! É muito bom mesmo que as crianças de onze anos estudem matemática. Aliás, você sabe como se escreve o número onze?

– Claro que sei, assim – respondeu Alice, escrevendo II em seu caderno.

– Muito bem. E por que esses dois números "um" juntos representam o número 11?

– Porque sim. Sempre foi desse jeito.

– Não, senhora. Para os antigos romanos, por exemplo, dois números "um" juntos não representavam o número onze, mas o número dois – respondeu o homem, pegando a caneta de Alice e escrevendo um II enorme no caderno.

II

– É verdade – admitiu a menina. – Na casa de minha avó, tem um relógio com esses algarismos do tempo dos romanos... Com um dois igual a esse.

– E, se pensarmos bem, parece o mais lógico, você não acha?

– Por quê?

– Se colocarmos uma maçã ao lado de outra maçã, temos duas maçãs, certo?

– Certo.

– E se colocarmos um ao lado de outro um, temos dois uns e duas vezes um é dois.

– É verdade, nunca tinha pensado nisso. Por que então II significa onze e não dois?

– Você está me fazendo uma pergunta de matemática?

– Acho que sim.

– Alguns minutos atrás, você disse que não queria nem ouvir falar de matemática. Você é bastante indecisa. Muda muito de opinião.

– Só mudei de opinião uma vez! – retrucou Alice. – Além do mais, não quero mesmo que você fale nada de matemática, só quero que explique o onze.

– Não posso explicar só o onze, na matemática as coisas se relacionam entre si, decorrendo umas das outras de forma lógica. Para explicar por que o número onze se escreve desse jeito, tenho de contar a história dos números desde o começo.

– E é uma história muito comprida?

– Acho que sim.

— Não gosto de histórias muito longas; quando se chega ao final, não se lembra mais do início.
— Bem, no lugar da história dos números, posso contar um conto, que é quase a mesma coisa...

O conto da conta

— Era uma vez, um pastor que só tinha uma ovelha — começou a falar o homem. — Como só tinha uma, não precisava contar: se ele a via, sabia onde ela estava; se não a via, aí, sim, teria de ir atrás dela... Depois de um certo tempo, o pastor arranjou outra ovelha. As coisas se complicaram, pois, às vezes, ele via as duas, outras vezes, só uma, ou então nenhuma...

— Já conheço essa história — Alice o interrompeu. — Depois, o pastor ficou com três ovelhas, depois quatro... E se continuarmos contando mais e mais ovelhas acabarei dormindo.

— Não seja impaciente, que agora vem o melhor. O rebanho do pastor foi crescendo pouco a pouco, e foi ficando cada vez mais difícil conferir as ovelhas apenas com o olhar. Quando chegou à décima ovelha, o pastor fez uma descoberta fantástica: se levantasse um dedo para cada ovelha e não faltasse nenhuma, teria de levantar todos os dedos das duas mãos.

— Grande descoberta! — comentou Alice.

— Pode não parecer uma grande descoberta porque ensinaram você a contar desde pequena, mas o pastor não sabia contar, ninguém tinha lhe ensinado. E não me interrompa mais... Bem, então, enquanto o rebanho do pastor tinha só dez ovelhas, tudo corria bem; mas assim que aumentou, os dedos das duas mãos não eram mais suficientes.

— Podia usar os dedos dos pés...

— Se estivesse descalço, talvez — concordou o matemático. — Alguns povos antigos usavam os dedos dos pés e por isso contavam de vinte em vinte em vez de contar de dez em

dez como nós fazemos. Mas o pastor usava sandálias, e seria muito incômodo tirá-las cada vez que precisasse contar. Acabou tendo uma ideia melhor: depois de usar os dez dedos das mãos, colocava uma pedrinha numa vasilha de madeira e recomeçava a contagem com os dedos a partir do um, mas já sabendo que a pedra dentro da vasilha valia dez.

— Não era mais fácil se lembrar que já havia usado os dedos uma vez?

— Como diz o provérbio, somente os tolos confiam na memória. Além disso, você tem de levar em conta que nosso pastor acreditava que seu rebanho fosse continuar crescendo, por isso precisava de um sistema que servisse para contar qualquer quantidade de ovelhas. Por outro lado, a ideia de usar as pedras permitiu que ele descansasse as mãos, pois, em vez de contar nos dedos cada dezena de ovelhas, começou a colocar pedras em outra vasilha, só que agora de barro.

— Que confusão!

— Não há confusão alguma. Fazer é mais fácil que explicar: quando contava as ovelhas, em vez de levantar os dedos, colocava uma pedra para cada ovelha na vasilha de barro; na décima pedra, esvaziava essa vasilha e colocava uma pedra na vasilha de madeira, recomeçando a encher a vasilha de barro novamente até dez. Se o resultado final fosse quatro pedras dentro da vasilha de madeira e três na de barro, ele sabia que havia contado quatro vezes dez ovelhas mais três, isto é, quarenta e três ovelhas.

— E quando colocou a décima pedra na vasilha de madeira?

— Boa pergunta. Daí, então, passou a utilizar uma terceira vasilha, dessa vez de metal, onde passou a colocar uma pedra que correspondia a dez da vasilha de madeira que ele esvaziava. Em suma, a pedra da vasilha de metal valia dez da vasilha de madeira que, por sua vez, valia, cada uma, dez pedras da vasilha de barro.

— O que quer dizer que a pedra da vasilha de metal correspondia a cem ovelhas.

— Muito bem, vejo que você entendeu. Vamos ver, então, se no fim de uma jornada de pastoreio, depois de guardar as ovelhas no curral e contá-las uma a uma, o pastor chegasse a este resultado... — disse o homem, pegando a caneta e desenhando no caderno de Alice:



— Querria dizer que ele tinha duzentas e catorce ovelhas — concluiu a menina.

— Exatamente, já que cada pedra da vasilha de metal vale cem, as da vasilha de madeira, dez e as da vasilha de barro, uma. Mas, então, o pastor ganhou de presente um bloco e um lápis...

— Não é possível — protestou Alice —, o bloco e o lápis são invenções recentes; os números foram inventados muito antes.

— Isso é um conto, dona sabe-tudo, e nos contos podem acontecer coisas inacreditáveis. Se tivesse dito que tinha aparecido uma fada com sua varinha mágica, você não teria discordado; mas veja como reage diante de um simples bloquinho de papel...

— Não é a mesma coisa! Nos contos podem aparecer fadas, mas não aviões ou coisas modernas.

— Está bem, está bem; se você preferir, ele foi preterido com uma pequena tábua de argila e um estilete. E, então, em vez de usar vasilhas e pedras, ele começou a desenhar na tábua círculos que representavam as vasilhas e a fazer marcas dentro deles, como acabei de fazer no seu caderno. E, no lugar de pontos, começou a desenhar linhas, para poder vê-las melhor. Por exemplo, isto aqui



quer dizer cento e setenta e três. Mas logo o pastor percebeu que não era muito prático fazer traços verticais, pois ficava difícil distinguir, por exemplo, sete de oito ou oito de nove. Por isso, começou a diversificar a representação dos números, mudando a disposição das linhas:



– Conforme o pastor se familiarizava com os novos desenhos – continuou –, passou a escrevê-los cada vez mais depressa, sem sequer levantar o lápis do papel, desculpe-me, o estilete da fábua, até que começaram a ficar assim:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

– Aos poucos, foi arredondando as silhuetas de seus números com traços cada vez mais soltos, até que ficaram assim:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

– Em seguida, percebeu que não precisava mais desenhando os círculos que representavam as vasilhas, uma vez que os números agora eram mais definidos e os traços de uns não podiam mais ser confundidos com os dos outros. Deixou o círculo da vasilha apenas para quando ela estivesse vazia; por exemplo, se tivesse três centenas, nenhuma dezena e oito unidades, o resultado seria:

3 0 8

– Não era mais fácil simplesmente deixar um espaço em branco? – perguntou Alice.

– Não, porque só é possível visualizar um espaço em branco se tiver um número de cada lado. Para representar trinta, por exemplo, que é igual a três dezenas e nenhuma unidade, não se pode escrever só o três, porque senão fica três unidades. Portanto, o círculo vazio era necessário. O pastor acabou diminuindo o tamanho do círculo, deixando-o do mesmo tamanho dos demais símbolos. O trezentos e oito do exemplo anterior ficava assim:

308

– Havia inventado o zero e assim nosso maravilhoso sistema de numeração estava completo.

– Não vejo nada de tão maravilhoso nele – replicou

Alice. – Acho os números romanos mais elegantes.

– Talvez sejam mais elegantes, mas são pouco práticos. Tente multiplicar vinte e três por dezesseis em números romanos.

– Nem vou tentar, ou você acha que sei a tabuada de multiplicar em latim?

– Então escreva em números romanos três mil trezentos e trinta e três.

– Isso eu sei fazer – disse Alice, e escreveu em seu caderno:

MMMCCXXXIII

– Você há de convir que é muito mais fácil escrever 3333 em nosso sistema posicional decimal.

– Concorde – admitiu a contragosto Alice. – Mas por que se chama sistema posicional decimal?

— No sistema romano, todos os M têm o mesmo valor, assim como as outras letras, mas no nosso sistema o valor de cada dígito depende da posição que ele ocupa no número. Por exemplo, 3 333, cada 3 tem um valor diferente: o primeiro à direita representa três unidades; o segundo, três dezenas; o terceiro, três centenas e o quarto, três milhares. Por isso, nosso sistema se chama posicional. E se chama decimal porque se salta de uma posição à seguinte de dez em dez: dez unidades são uma dezena, dez dezenas, uma centena, dez centenas, um milhar...

O buraco da minhoca

— Isso não aconteceu assim, aconteceu? — perguntou Alice, depois de uma pausa.

— Não. Como já disse, o que acabei de contar não é a história dos números, mas um conto. A verdadeira história é mais longa e complicada, mas no essencial é igual. O que importa é que você entenda por que um ao lado de outro um é onze e não dois.

— Conta mais um conto de números — pediu a menina.

— Achei que detestasse matemática.

— E detesto mesmo, mas gosto de ouvir histórias. Também odeio ratos, mas gosto das histórias do Mickey.

— Posso fazer algo mais interessante que contar outro conto: você gostaria de dar um passeio pelo País dos Números?

— É muito longe?

— Não, é aqui do lado. Venha comigo.

O homem virou-se e desapareceu por entre o matagal de onde tinha aparecido minutos antes. Sem pensar duas vezes, Alice o seguiu. Oculta pela vegetação, havia uma toca, por onde aquele excêntrico indivíduo entrou engatinhando.

“Que esquisito uma toca assim tão grande aqui no parque”, pensou Alice, enquanto ia arrás do matemático. “Se for de um coelho, deve ser um coelho gigante; mas acho difícil encontrar coelhos soltos por aqui...”

A toca se inclinava para dentro da terra, e, mesmo na escuridão, Alice conseguia distinguir a silhueta do matemático a alguns metros à sua frente.

De repente, o homem parou. Alice se aproximou dele e viu no chão um buraco de cerca de um metro de diâmetro. Chegando perto viu que o buraco parecia um poço sem fun-

do, de onde saía uma fraca luminosidade cinzenta. Olhando mais atentamente, percebeu que era uma espécie de redemoinho, como aquele que se forma na banheira quando se tira a tampa para escoar a água. Era como se a própria escuridão estivesse saindo pelo ralo.

— É um buraco de minhoca que leva a um mundo paralelo — disse o matemático.

Alice já tinha ouvido falar em buracos de minhocas e mundos paralelos, mas não se lembrava onde.

— Deve ser uma minhoca enorme... — comentou, apreensiva.

— Não existe minhoca nenhuma. Este buraco tem esse nome porque perfura o espaço-tempo como os túneis que as minhocas fazem debaixo da terra.

— Tem a ver com os buracos negros?

— Tudo. Mas explico isso outro dia, quando o assunto for física. Por hoje, matemática é suficiente.

Dito isso, ele saltou dentro do redemoinho e desapareceu como se tivesse sido engolido por uma irresistível força de sucção.

— Você está louco de achar que vou pular aí dentro — gritou a menina, embora achasse que ele não podia mais ouvi-la. Mas, como a curiosidade em Alice era mais forte que o medo e a preguiça, ela encostou a ponta do pé no redemoinho, para ver qual era sua consistência.

Foi como se um tentáculo invisível se enrolasse em sua perna e a puxasse para o fundo. Começou a girar sobre si mesma vertiginosamente, como um peão humano, ao mesmo tempo que descia como uma flecha pelo redemoinho. Ou, melhor, como uma bala, pensou, pois tinha ouvido dizer que as balas giram em alta velocidade dentro do cano das armas para depois ter uma trajetória mais estável.

Curiosamente, não estava nem com medo nem com tontura pela vertiginosa rotação; também não sentiu aquele frio no estômago que sentia quando descia uma montanha-russa a toda velocidade. De repente, tão bruscamente como

tinha começado, o suave abraço do redemoinho parou e Alice caiu com grande estrondo sobre um monte de folhas secas. Levantou-se de um pulo e, olhando para o alto, teve a impressão de ter visto, vários metros acima de sua cabeça, um círculo giratório, um pouco mais claro que a escuridão que a cercundava. À sua frente pôde distinguir uma luz que vinha do fim de um corredor comprido. Atravessou o corredor até sair num amplo vestíbulo iluminado por uma fileira de lâmpadas penduradas no teto.

No vestíbulo havia muitas portas, e o homem tentava destrancar uma delas com uma chave de ouro. A porta se abriu para um estreito corredor, que terminava num esplêndido jardim.

— Pode entrar — disse o matemático com um sorriso enigmático.

Alice entrou no corredor.

O País dos Números

Era o jardim mais lindo que Alice já tinha visto. Aquela profusão de flores coloridas, o murmurar de fontes de águas cristalinas fizeram com que a menina sentisse uma alegria tão intensa que quase chorou.

Mas um estranho personagem que passou correndo por ela quebrou o encantamento. Parecia uma carta de baralho, mas do tamanho de uma pessoa, com cabeça, braços e pernas; carregava uma lata de tinta e um pincel.

– Eu conheço este lugar! – exclamou de repente a menina. – É o País das Maravilhas de Alice!

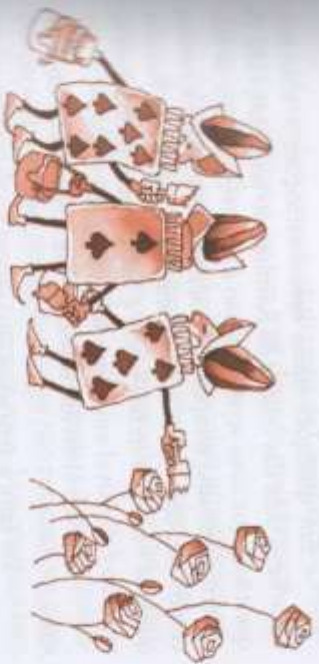
– Não exatamente, mas é bastante parecido – disse o homem ao seu lado. – Assim como você não é Alice, mas se parece muito com ela.

– E você é Lewis Carroll, o autor! Sabia que conhecia você! Vi uma foto sua em algum lugar.

– Meu nome verdadeiro é Charles Dodgson, ao seu dispor – disse o homem, inclinando ligeiramente a cabeça. – Lewis Carroll é o pseudônimo que eu usava quando escrevia contos e poemas. Pode me chamar de Charlie... Venha, vamos ver o que esses rapazes estão fazendo.

Três cartas – 2, 5 e 7 de espadas – estavam ocupadas em volta de uma roseira que tinha seis rosas brancas. O melhor, rosas que tinham sido brancas, pois elas estavam sendo pintadas pelas cartas. Uma das cartas segurava uma lata de tinta vermelha, a outra, uma de tinta cor-de-rosa e a terceira, uma de tinta amarela. Pintavam duas rosas de cada cor.

Enquanto Alice e Charlie se aproximavam, as cartas, que tinham terminado a sua tarefa, iniciaram uma acalorada discussão.



– Algum problema, rapazes? – perguntou o escritor.
– Sim – respondeu Sete. – A Rainha de Copas quer rosas de várias cores em cada roseira.

– E várias rosas de cada cor – prosseguiu Cinco.
– E o mesmo número de rosas de cada cor – concluiu

Dois.

– Vocês conseguiram! – disse Alice. – Vejam: duas vermelhas, duas cor-de-rosa e duas amarelas; várias cores, várias de cada cor e a mesma quantidade de rosas de cada cor.
– Com seis rosas é fácil! – disse Sete. – Assim como com oito ou nove.

– Mas ali temos uma roseira com sete rosas – contou Cinco, apontando para a sua direita, mostrando um pé com sete rosas brancas.

– Aquela não sabemos como pintar – acrescentou

Dois.

– Se pintarmos três de vermelho e quatro de cor-de-rosa, teremos várias cores e várias rosas de cada cor, mas não o mesmo número de rosas de cada cor – disse Sete.

– Se pintarmos cada uma de uma cor, como um arco-íris, teremos várias cores e a mesma quantidade de rosas de cada cor, mas não teremos várias rosas de cada cor – disse Cinco.

– E se pintarmos todas da mesma cor, teremos várias de cada cor e o mesmo número de cada cor, mas não várias cores – acrescentou Dois.

– Em qualquer umas dessas situações – concluiu Charlie –, uma das ordens da Rainha não será cumprida. A questão é que com sete rosas não é possível cumprir as três ordens ao mesmo tempo. Eu os aconselho a deixar a roseira como está, com todas as rosas brancas, e explicar à Rainha que essa brancura indica que 7 é um número primo, isto é, que não é divisível em partes inteiras iguais.

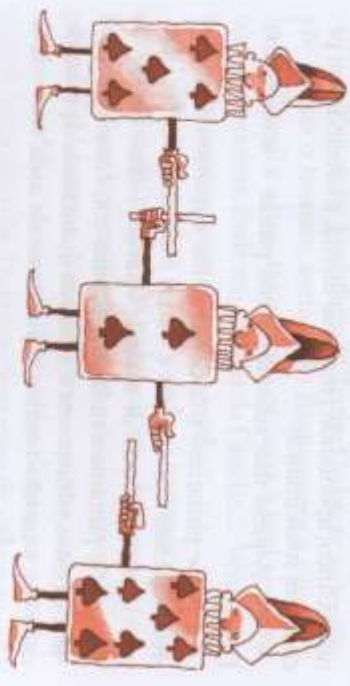
– É possível dividir sete rosas em sete partes – objetou Alice.

– De fato, e sete rosas em uma única parte: os números primos só podem ser divididos por si mesmos e pela unidade – explicou na sequência Charlie.

Naquele momento ouviu-se tocar um trompete e as três cartas começaram a tremer como enormes folhas retangulares agitadas pelo vento.

– A Rainha! – exclamaram em coro.

De fato, em poucos segundos apareceu a Rainha de Copas seguida de seu séquito. Rapidamente, as cartas esconderam os pincéis e as latas de tinta atrás de uns arbustos e pegaram quatro pauzinhos pretos. Dois pegou um em cada mão, os outros, um pauzinho cada um, e se alinharam na seguinte formação:



– O que eles estão fazendo? – perguntou Alice.

– Uma formação matemática para que a Rainha os passe em revista: $5 + 2 = 7$ – explicou Charlie.

Mas toda a atenção da Rainha de Copas estava voltada para as roseiras e, ao ver o pé das sete rosas brancas, exclamou enfurecida:

– Esta roseira não obedece as minhas especificações!

As três cartas tremiam tanto que não conseguiam sequer responder. Charlie resolveu interceder por elas, e dirigiu-se decidido para a Rainha:

– Majestade – disse –, peço licença, como matemático, para lembrar que vossas instruções não puderam ser cumpridas no caso desta roseira com sete rosas. Mas, graças a isso, a sua condição de número primo tornou-se evidente, destacando essas rosas brancas de suas companheiras coloridas com a beleza original da verdadeira matemática.

– Bem, bem... É, até que não fica feio algumas rosas brancas nesta aquarela de cores – considerou a Rainha. – Mas devo dizer que nunca gostei muito dos números primos. As cartas começaram a tremer outra vez, pois as três eram números primos: 2, 5 e 7.

– Majestade, não se preocupe com eles – disse Charlie –, afinal, são minorta em relação aos números compostos.

– Mas aparecem quando menos se espera e são de todos os tamanhos.

– É verdade, Majestade. Mesmo assim, é possível encontrar números compostos em sequências tão longas quanto se puder imaginar, sem nenhum primo entre eles.

– Verdade? Pode-se fazer uma lista com cem números consecutivos sem nenhum primo?

– Nada mais fácil, Majestade. Consideremos o produto dos números de 1 a 101: $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 98 \times 99 \times 100 \times 101$. Os matemáticos o chamam de "fatorial de 101" e é escrito assim: 101!

– Um número admirável – comentou a Rainha.

– Chamemos de n esse número enorme, o produto dos 101 primeiros números, que será divisível por 2, 3, 4, 5, ..., 98, 99, 100 e 101, já que contém todos eles como fatores.

– Evidentemente.

– Pois muito bem, fornecemos agora a sequência $n + 2, n + 3, n + 4, n + 5, \dots, n + 98, n + 99, n + 100$ e $n + 101$. Como n é divisível por 2, também $n + 2$ será divisível por 2; como n é divisível por 3, o mesmo ocorrerá com $n + 3$ etc. Assim, teremos uma sequência de números seguidos, de $n + 2$ a $n + 101$, sem que nenhum deles seja primo.

– Que boa notícia! – exclamou a Rainha satisfeita. – Sequências de números tão longas quanto eu quiser sem nenhum primo antipático entre eles! Vou recompensá-lo pela sua astúcia: eu o nomeio meu *Joker*.

– O que é isso? – perguntou Alice.

– O curinga do meu baralho – respondeu a Rainha. – A propósito, quem é você, pirralha?

– É minha jovem amiga Alice, Majestade – interveio Charlie. – Gostaria de mostrar-lhe o País dos Números, com vossa licença.

– Está bem, se é sua amiga, também trabalharei para mim, como aprendiz de criada de segundo escalão.

Alice já ia reclamar, quando Charlie se adiantou:

– Temo, Majestade, que não possamos aceitar vossa generosa oferta, porque...

– Eu não faço ofertas, metidinho, eu ordeno! – interrompeu a Rainha que, com um gesto de mão, fez com que os pajens de seu séquito se aproximassem. Um deles enfiou na cabeça do escritor um gorro vermelho com guizos nas três pontas compridas, e o outro colocou na cabeça de Alice uma touca branca.

– Não vou usar essa coisa ridícula e não pretendo ser criada de ninguém – reagiu a menina com determinação, arrancando a touca e jogando-a no chão.

A Rainha, vermelha de raiva, urrou:

– Insurreição, rebeldia, desacato! Guardas! Preadam-nos!

– Por acaso você sabe quem é ele? – ameaçou Alice, apontando para Charlie com tanta convicção que, por um instante, a Rainha se desconcertou.

– Não a leve em consideração, Majestade, é uma criança e... – começou a falar o escritor, mas Alice o interrompeu. – Ele é nada mais, nada menos que Lewis Carroll, seu criador, e pode fazê-la desaparecer quando quiser.

A Rainha não pareceu nem um pouco impressionada com a revelação.

– Fazer com que eu desapareça? – repetiu ela, pondo as mãos na cintura. – Você acaba de me dar uma boa ideia, pirralha! Que venha o Zero!

Os membros do séquito se afastaram às pressas, abrindo passagem a uma carta parecida com os três jardinetos, mas com a parte da frente completamente branca.

– Você está com as armas do regulamento? – perguntou-lhe a Rainha.

– Sim, Majestade – respondeu Zero, que pegou dois paizinhos pretos, um em cada mão, e juntou-os, formando um X. Diante daquele sinal todos recuaram, assustados.

– Por que estão com tanto medo? – perguntou Alice a Charlie, em voz baixa.

– É o Zero com o sinal de multiplicar – respondeu o escritor. – Você sabe, qualquer coisa multiplicada por zero se anula.

– Leve-os à masmorra – ordenou a Rainha a Zero. – E se resistirem, já sabe o que fazer.

– Não precisamos obedecer! – disse Alice a Charlie. – Você é o autor, são seus personagens...

– Os personagens adquirem vida própria e algumas vezes até se rebelam contra seu autor, assim como alguns filhos fazem com os pais. Por enquanto, é melhor obedecer.

Alice e Charlie começaram a andar, precedidos por dois guardas e seguidos de perto por Zero, que esgrimia ameaçadoramente o sinal de multiplicar.

Quando já não podiam ser vistos pelos demais, o escritor parou de repente:

– Sou o curinga, não é verdade? – disse, mostrando o vistoso gorro de guizo.

– Sim – concordou Zero. – A Rainha o nomeou seu Joker.

– O curinga pode ser qualquer carta do baralho, não pode?

– Sim – concordaram os guardas em coro.

– Pois então, sou a Rainha de Copas e ordeno que todos vão embora.

– Que belíssima jogada! – exclamou Alice. – Bravo, Charlie, você é um gênio!

Os guardas se entreolharam sem jeito e se voltaram para Zero, que coçou a cabeça com um dos parzinhos pretos:

– Tecnicamente, ele tem razão – disse desconcertado.

– Pois então vocês já podem, tecnicamente, ir embora – ordenou Alice, fazendo um displicente gesto de despedida com a mão.

Os dois guardas saíram cabisbaixos, mas Zero ficou, ainda indeciso.

– Você pode vir conosco – disse Charlie finalmente –, assim nos protegerá de qualquer perigo com seu poder letal.

– E agora aonde vamos? – perguntou Alice.

– Ao labirinto – respondeu o escritor.

– Eu não posso entrar no labirinto – exclamou Zero, começando a tremer.

– Bom, se você se comportar, talvez possa ficar do lado de fora – disse Charlie com ar de superioridade –, mas vai com a gente até lá.

Andaram pelo jardim durante um bom tempo, entre flores maravilhosas e fontes exuberantes, até chegaram a uma alta e frondosa cerca de ciprestes que parecia prolongar-se infinitamente de ambos os lados e onde se via apenas uma estreita abertura vertical como entrada.

– O labirinto – disse Charlie. — Temos de atravessá-lo para chegar ao outro lado.

– Para chegar ao outro lado de alguma coisa, é sempre necessário atravessá-la – comentou Alice.

– Nem sempre – retrucou o escritor. – Em alguns casos, pode-se dar a volta; por exemplo, para ir ao seu outro lado é mais fácil rodê-la do que atravessar você. Mas, no caso do labirinto, é preciso atravessá-lo.

– Por que não podemos dar a volta? – perguntou a menina.

– Porque para entender o que vamos encontrar do outro lado, temos primeiro que entender o que vamos encontrar lá dentro. Não basta chegar aos lugares com os pés, é preciso chegar também com a cabeça.

– Pois eu, exatamente porque pretendo que minha cabeça e meus pés continuem chegando juntos aos lugares, não pretendo entrar aí – disse Zero com convicção.

– Por que tem tanto medo do labirinto? – perguntou Alice. – Você tem sua arma mortal...

– Nenhuma arma serve contra... – Zero começou a falar, mas como tremia muito, não conseguiu acabar a frase. Acabou desmaiando de susto e caiu de barriga para cima sobre o gramado.

– Podemos aproveitar para descansar um pouco – propôs Alice, sentando-se no chão ao lado da carta inconsciente.

– Boa ideia – concordou Charlie, sentando-se também.

– Quem sabe se quando acordar ele explica por que tem tanto medo do labirinto – comentou a menina.

– Acho bom nem perguntar de novo, senão ele desmaia outra vez.

– Como é esquisita essa gente! Bem, se é que podem ser chamadas de gente! – exclamou Alice. – E, falando em esquisitices, por que a Rainha tem tanta implicância com os números primos?

– Porque não seguem nenhuma regra, e a Rainha é neurótica pela lei e pela ordem.

– O que quer dizer que não seguem regras?

– Os múltiplos de 2, que são os números pares, vão de dois em dois; os múltiplos de 3, vão de três em três, e assim todos os números compostos, isto é, os que possuem diviso-



res, mas os primos não aparecem na lista de forma regular. De vez em quando, encontramos dois muito próximos, como o 11 e o 13 ou o 71 e o 73; outras vezes, eles estão muito distantes. Como já expliquei para a Rainha, é possível encontrar primos consecutivos tão distantes quanto se quiser. Ou seja, não há como saber com antecedência onde os primos vão aparecer. Dito de outro modo, não existe fórmula que permita obter todos os números primos, enquanto, com os outros, isso é possível.

— Como?

— Por exemplo, todos os números pares pertencem à fórmula $2n$, onde n é qualquer número. Se atribuirmos a n todos os valores possíveis (0, 1, 2, 3, 4, 5...), obtermos todos os números pares (0, 2, 4, 6, 8, 10...).

— E os ímpares?

— Todos os números ímpares obedecem à fórmula $2n + 1$, assim, para para $n = 0$, $2n + 1 = 1$; para $n = 1$, $2n + 1 = 3$; para $n = 2$, $2n + 1 = 5$. E assim por diante.

— Se não existe nenhuma fórmula para os números primos, como é possível fazer sua relação? — perguntou Alice.

— Eliminando os que não são primos.

— Como assim?

— Do mesmo jeito que se separa o joio do trigo ou a areia do cascalho: com um crivo.

O crivo de Eratóstenes

— Como é possível crivar números? — perguntou Alice.
— Da maneira como o grande sábio grego Eratóstenes fez no século III a.C. Vou lhe mostrar, aplicando seu crivo nos números de 1 a 100 — disse Charlie, tirando do bolso do seu velho casaco um lápis todo moído.

Inclinando-se sobre o inconsciente Zero, começou a escrever números na superfície branca de sua frente. Em alguns minutos tinha completado a lista dos cem primeiros números, a partir do 1.

— E agora? — perguntou a menina.

— Agora, vamos crivá-los ordenadamente, começando pelo começo. Deixamos o 1 de lado, pois é um número muito singular...

— Singular mesmo! — exclamou Alice. — Aliás, é o único número realmente singular. Todos os demais são plurais.

— Corretíssimo, exceto o zero. Por isso, o 1 não está incluído na lista dos primos que, como você sabe, são divisíveis apenas por eles mesmos e pela unidade. Mas no caso do 1, "ele próprio" e a "unidade" são a mesma coisa, daí, desta maneira, ser ainda menos que primo.

— Então, vamos pular o 1.

— Pulando o 1, chegamos ao 2. O 2 é evidentemente primo, pois não tem divisor, por isso vamos marcá-lo com um círculo. Aliás, é o único primo par; todos os outros primos são ímpares, pois os pares são divisíveis por 2. E isso indica qual deve ser nosso primeiro golpe de crivo: eliminar todos os pares menos o 2. Assim, vamos riscar os números da lista de dois em dois a partir do 2.

— O que elimina a metade dos números — comentou

Alice.

— Com certeza. Agora, passamos ao seguinte, o 3; fazemos um círculo e eliminamos da lista todos os seus múltiplos, que vão de três em três.

— Entendi; depois, fazemos o mesmo com o 4.

— Não é preciso — respondeu Charlie —, pois já eliminamos os múltiplos de 2 que também são os múltiplos de 4. Passamos, então, ao número seguinte, o 5. Circulamos...

— ... e eliminamos todos os múltiplos de 5, que vão de cinco em cinco — concluiu Alice.

— Exatamente. A metade dos múltiplos de 5 já foi eliminada: os terminados em 0, que também são múltiplos de 2. Vamos em frente...

— O número 6 já foi eliminado duas vezes.

— Claro, porque é ao mesmo tempo múltiplo de 2 e de 3. Assim, passemos para o 7; vamos circular e eliminar todos os seus múltiplos...

— Que vão de sete em sete.

— E aqui está nosso crivo. Todos os números que não estão riscados são primos.

— Por que paramos no 7? — perguntou Alice. — A gente não devia continuar com o 11, que é o próximo número que não foi riscado?

— Não é preciso — respondeu Charlie. — Esta lista vai até 100, e como $100 = 10 \times 10$, qualquer número menor que 100 que tenha 11 como divisor terá outro divisor menor que 10; portanto, os múltiplos de 11 já foram riscados: ao eliminar os múltiplos de 2, riscamos 22, 44, 66 e 88; ao eliminar os múltiplos de 3, riscamos 33, 66 e 99; 55 é múltiplo de 5 e 77 é de 7. Bem, vamos circular agora os que se salvaram do crivo. Temos, então, os primeiros vinte e cinco números primos menores que 100: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

– Você disse que não havia nenhuma ordem nos números primos, mas os números que foram eliminados obedecem uma ordem – comentou Alice.

– Porque há ordem nos números compostos: podemos agrupá-los segundo sejam múltiplos de 2, de 3... Além, os números marcados com um traço vertical representam as tabuadas do 2, do 5 e do 10; e os com um traço oblíquo, a tabuada do 3 e do 9.

– Não me fale em tabuada, que eu detesto! Gosto de somas, mas odeio multiplicações.

– Não é possível gostar de somar e detestar multiplicar – ponderou Charlie.

– E por que não? Não é você que vai me dizer do que eu posso gostar ou não.

– Você gosta de chocolate? – perguntou o escritor, mudando aparentemente de assunto.

– Muito! – respondeu Alice.

– E de bombons?

– Claro, como não vou gostar, se são de chocolate!
– E as multiplicações são somas. Portanto, se você gosta de somas, gosta também de multiplicações.

– Não me confunda. Reconheço que não sei quase nada de matemática, e nem quero saber, mas sei a diferença entre soma e multiplicação.

– Vamos ver: o que significa 3×4 ?

– A tabuada do 3 eu sei: $3 \times 4 = 12$.

– Não perguntei quanto é 3×4 , mas o que significa – insistiu Charlie.

– O que significa “o que significa”?

– Boa pergunta. Talvez seja essa a pergunta fundamental da filosofia, ou, pelo menos, da epistemologia...

– Falando difícil assim você fica me confundindo cada vez mais...

– Desculpe, de vez em quando começo a “viajar” sem perceber. O que quero dizer é que 3×4 significa quatro três vezes, ou seja, $4 + 4 + 4$. Uma multiplicação é uma soma mais simples que as demais, pois suas parcelas são iguais.

– Nunca pensei desse jeito – reconheceu Alice.

– É por isso que acha que não gosta de matemática, porque nunca lhe ocorreu pensar desse modo.

– E que modo é esse?

– Você é que sabe. Quem falou que nunca tinha pensado nesse modo de pensar foi você.

– Mas você é que acabou de falar isso!

– Sim, mas você foi a primeira a falar isso! Alice estava ficando cada vez mais confusa e já não sabia mais o que responder, o que lhe dava muita raiva.

Quando Zero começou a recobrar os sentidos e viu aqueles números escritos na sua frente, quase desmaiou de novo.

– Estou perdido! – exclamou. – Tenho o corpo cheio de números! Não sei mais o Zero, e a Rainha me destruíra!

– Não se preocupe, eu também tenho uma arma mortal poderosa – tranquilizou-o Charlie, que pegando uma borracha do bolso começou a apagar os números e as linhas do corpo da pobre carta.

Depois de alguns minutos, Zero se levantou e sacudiu nervosamente os restos de borracha, examinando preocupado sua frente branca.

– Ufa, ainda bem! – disse aliviado. – Sou eu outra vez, quero dizer, zero. E agora acho melhor ir embora, antes que acabe sendo ainda menos.

– Como se pode ser menos que zero? – Alice perguntou, enquanto Zero saía correndo, sem sequer se despedir.

– Muito fácil. Por exemplo, você agora não tem nenhuma maçã...

– Não, e não poderia ter menos que nenhuma.

– Claro que poderia! Porque se alguém lhe desse meia dúzia de maçãs, você teria seis; mas se você me desse duas, você teria de dar duas para mim, e ficaria apenas com quatro. Dever duas maçãs é menos que não ter nenhuma; é como se você tivesse duas maçãs negativas, ou seja, -2. Por isso, existem números positivos e negativos.

– Meu atraso, sim, é negativo – disse um estranho personagem, que se aproximava. Era um coelho branco; isto é, o Coelho Branco. Vestia um casaco xadrez e um elegante colete, de cujo bolso direito tirou um relógio de ouro preso por uma longa corrente. Parou um instante para olhar as horas e saiu correndo em direção ao labirinto.



O labirinto

– Vamos atrás dele – disse Alice sem saber muito bem por quê, correndo em direção à estreita fenda vertical que dava acesso ao labirinto, por onde o Coelho Branco acabava de desaparecer. Charlie a seguiu, sorrindo enigmáticamente.

Uma vez lá dentro, ~~igito~~ era possível ir para a direita ou para a esquerda, mas o Coelho já tinha desaparecido.

– Por onde vamos? – perguntou a menina.

– Por onde você quiser – respondeu o escritor, dando de ombros.

– Mas não sabemos qual direção é boa!

– A questão é que não sabemos qual direção é a melhor – retrucou Charlie –, pois as duas são boas.

– As duas não podem ser boas. Talvez só uma leve à saída.

– Talvez apenas uma leve à saída pelo caminho mais curto – retrucou ele novamente. – Mas chegaremos à saída, seja qual for a nossa escolha inicial, se fizermos tudo certo.

– E o que é certo num labirinto?

– Em primeiro lugar, começar a andar, porque senão é praticamente impossível sair. É só escolher a direção que você quer seguir.

– Então, vamos pela esquerda.

– Muito bem, agora encoste uma mão em uma das paredes e caminhe sem tirar a mão dela.

– Que parede? Que mão?

– A parede e a mão que você quiser. Mas, um conselho: se escolher a parede esquerda, encoste a mão esquerda e vice-versa. Andar com a mão direita encostada na parede esquerda é muito incômodo.

Alice encostou a mão esquerda na parede esquerda e começou a andar sem tirar a ponta dos dedos da superfície rugosa da cerca.

– Por que temos de fazer isto? – perguntou a garota.

– Porque os dois lados da parede de um labirinto formam uma superfície contínua – explicou Charlie –, e se você encostar a mão na sua superfície, acaba percorrendo-a toda e, assim, chegando à saída, ainda que nem sempre pelo caminho mais curto. De vez em quando, a matemática serve para alguma coisa.

– E o que a matemática tem a ver com o labirinto?

– Existe uma área da matemática, pouco conhecida, mas muito interessante, que se chama topologia. A topologia estuda as propriedades gerais de qualquer figura, sem considerar forma ou tamanho, apenas a maneira como as diversas partes da figura se conectam entre si.

– Pode me dar um exemplo?

– Você quer dizer *outro* exemplo, pois acabei de dar um: a continuidade da superfície das paredes de um labirinto, independentemente de sua forma e tamanho.

– Tá bom, então me dê *outro* exemplo – pediu Alice, um pouco irritada com a mania de Charlie em precisar e pontuar tudo.

– Por exemplo, do ponto de vista da topologia, um quadrado e um círculo são equivalentes, porque são duas superfícies contínuas limitadas pelas linhas fechadas de cada um.

– Você está falando igualzinho um professor de matemática – reclamou a menina. – Por que não fala como uma pessoa *normal*?

– Uma pessoa *normal* não falaria sobre isso porque, infelizmente, as pessoas *normais* não costumam entender nada de matemática.

– E sabe por quê? – irritou-se Alice. – Porque muitas vezes as pessoas não tiveram professores de matemática que explicassem a matemática direito.

– Talvez você tenha razão – admitiu Charles. – É muito difícil ensinar matemática.

– Está vendo, até você concorda comigo. Mas agora, me explique essa tal de topologia.

– Vou tentar. Pegue, por exemplo, um chiclete mascarado e faça um círculo com ele. Qualquer superfície que você obtenha moldando esse chiclete sem quebrá-lo e sem que uma parte grude na outra será topologicamente equivalente, como um quadrado, um triângulo, uma elipse...

– Mas o que significa “topologicamente equivalente”?

– Que possui muitas propriedades comuns, principalmente propriedades relacionadas à *continuidade*. Por exemplo, imaginemos que essas figuras fossem um piso: você poderia caminhar tranquilamente sobre qualquer uma delas sem medo de cair em um buraco, pois são superfícies sem furos. Mas num piso assim – e Charlie fez um desenho no chão arenoso do labirinto –, você teria de ter mais cuidado. Esta figura não é topologicamente equivalente às anteriores.



Alice parou para olhar a figura, sem tirar a mão da parede.

– Assim está um pouco melhor – disse. – Só espero que o chão do labirinto seja uma superfície sem furos. Eu não quero cair num buraco.

O monstro do labirinto

Durante um bom tempo, eles deram voltas e mais voltas pelo tortuoso labirinto, sem que Alice tirasse a mão da parede vegetal rugosa. De repente, ouviu-se um mugido-rugido pavoroso, que fez com que a menina parasse assustada.

— O que foi isso? — perguntou.

— Acho que o pavoroso mugido-rugido do monstro do labirinto — respondeu Charlie, como se aquilo fosse a coisa mais natural do mundo.

— Era por isso que Zero não queria entrar?

— Provavelmente. Mas vamos em frente.

— Não acha melhor a gente voltar para trás?

— Num labirinto, os conceitos "frente" e "atrás" não são muito claros. O monstro pode aparecer de qualquer lado, de modo que o melhor que podemos fazer é continuar nosso caminho.

— Como é esse monstro? — perguntou Alice com certa apreensão, enquanto começavam a andar.

— Você já ouviu falar do labirinto de Creta?

— Já. Nele, havia um homem com cabeça de touro, chamado Minotauro.

— Pelo que sei o monstro deste labirinto é parente desse aí, ainda que nunca o tenha visto. Espero ter mais sorte desta vez.

— Sorte? Você chama de sorte dar de cara com um monstro? Eu não quero nem pensar o que é azar pra você! — exclamou Alice.

— Azar é encontrar uma menina que diz que a matemática não serve para nada — disse Charlie.

Alice ia dizer alguma coisa quando, ao virar uma das inconvertíveis esquinas do labirinto, ficou de boca aberta: tinha dado de cara com uma sala quadrada muito acolhedora, que parecia a sala de uma casa de verdade, só faltava o teto. Os móveis eram talhados em arbustos de murta, e havia algumas estantes cavadas na cerca vegetal que formava as paredes do labirinto.

No meio daquele espaço relativamente amplo, uma mulher robusta e obesa, usando roupas de ginástica, fazia exercícios abdominais. A mulher tinha cabeça de vaca.

— É a irmã do Minotauro? — perguntou Alice, com os olhos arregalados.

Charlie não teve tempo de responder. Ao perceber a presença de estranhos, a Minovaca interrompeu sua ginástica e olhou para eles com os braços na cintura.

— Aonde vocês pensam que vãoão? — perguntou com uma voz profunda, alongando muito o ã de "vão", o que para Alice pareceu muito arrogante.

— O que você tem a ver com isso? — retrucou a menina, protegendo-se atrás de Charlie.

— Como assimmm o que eu tenho a ver commm isso, menina insolente? Vocês estão no mmmmeu labirinto!

— Bom, você pode querer saber para onde vamos, mas para onde *pensamos* ir é assunto nosso — replicou Alice.

— *Muuu* — mugiu a Minovaca ameaçadoramente. — Não gosto de sabichonas.

— Ela não é uma sabichona — intercedeu Charlie, cochilador. — É mais uma "sabe-nada", que não sabe sequer a tabuada.

— Verdade? — disse a Minovaca surpresa.

— Não sei nada de matemática, nem tenho vontade de aprender — desafiou Alice, ainda que se protegendo atrás de Charlie.

— Hoje estou de bommm humor, por isso vou lhe fazer uma prova de ignorância e, se passar, deixo vocês iremmm embora.



– Não se pode fazer uma prova de ignorância – contou a menina.

– Eu posso fazer o que mimme der vontade!

– Quero dizer que não faz sentido aplicar uma prova de ignorância – explicou Alice. – Ignorar coisas é muito fácil.

– Ignorar coisas é muito fácil – concordou a Minovaca –, mas nem semmmprre. O que não é tão fácil é saber o que se sabe e o que não se sabe. Na verdade, o conhecimento da própria ignorância é a verdadeira chave da sabedoria.

– Pois eu sei direitinho o que não sei – disse Alice com firmeza.

– Vejammimos. Seu amigo disse que você não sabe a tabuada de muuultiplicar.

– Inteira, não, e nem pretendo aprender. Primeiro, dizem que a matemática é coisa de raciocínio e não de decoreba, depois querem que a gente saiba de cor um monte de multiplicações.

– Somente algumas, a partir das quais você pode facilmente efetuar todas as muuultiplicações do muundo, graças ao nosso maravilhoso sistema de nummeração posicional.

– Pelo menos a gente não tem de usar esses algarismos romanos tão chatos – comentou Alice, lembrando de sua primeira conversa com Charlie.

– Chatos e pouco práticos – concordou a Minovaca –, mas para commençar a conhecer as muuultiplicações eles podem ser úteis.

Naquele instante, apareceu o Coelho Branco, nervoso como sempre.

– Como estou atrasado! – disse para si mesmo, consultando seu relógio de bolso e tentando disfarçadamente escupulir. Mas a voz arrogante da Minovaca fez com que ele parasse.

– Você, venha aqui! – ordenou a Minovaca.

O Coelho Branco se aproximou com as orelhas baixas.

– Desculpe, é que estou com muita pressa e... – começou a falar.

— Esta menina também está com muuita pressa para aprender — a Minovaca o interrompeu secamente. — Dê-me o seu relógio!

Obediente, o Coelho Branco deu-lhe o relógio.

— Aqui temos vinte vezes a letra I — disse a Minovaca, mostrando o relógio à Alice —, que nos servirão para montar a tabuada de multiplicar do 1 ao 4.



— Por que no relógio o 4 são quatro pauzinhos e não um pauzinho e um “v”? — perguntou Alice.

— Porque um pauzinho e um “v”, ou seja, IV, também é a primeira sílaba de IVPITER, Júpiter em latim. E, como você sabe, ou deveria saber, Júpiter era o deus mais importante dos antigos romanos, que achavam um respeito usar essas iniciais para designar o número 4, que nem é um número muuito importante. Por isso, eles escreviam o 4 com quatro I. Somente na Idade Média é que se começou a escrever IV, mas os relógios mantiveram a tradição romana antiga. Mas esta deve ser uma aula de matemática, e não de história. Venham comigo.

A Minovaca levou-os até uma mesa pequena talhada no arbutro de murta, tendo a parte de cima podada, formando uma superfície plana e horizontal. Na mesa havia um tabuleiro branco quadrado.

Ela agitou o relógio sobre o tabuleiro e as vinte letras I caíram, formando um montinho. Em seguida, soprou quatro vezes um apito que estava pendurado em seu pescoço: “Já viu vacas com chocalhos, mas nunca com apitos”, pensou Alice.

Assim que soou o apito, os I se ordenaram no tabuleiro em quatro fileiras de cinco.



— Como fez isso? — perguntou Alice assombrada.

— Sou a rainha dos tabuleiros, das rabuadas e dos estribulos, das tabulações e das entabulações — respondeu, com orgulho, a Minovaca. — Agora minha diga, o que você está vendo no tabuleiro?

— Vinte palitinhos — respondeu a menina. — Ou vinte algarismos I romanos, se preferir.

— Commo estão ordenados?

— Em quatro fileiras de cinco.

— E por que não em cinco columnas de quatro?

— Dá no mesmo.

— Exatamente. Quatro vezes cinco é a mesma coisa que cinco vezes quatro. Você acaba de descobrir a propriedade comutativa da multiplicação, ou seja, essa coisa tão bonita de que “a ordem dos fatores não altera o produto”.

Dito isso, a Minovaca apitou várias vezes ritmicamente e os palitinhos se reordenaram no tabuleiro, formando uma fileira e uma coluna com os algarismos romanos do I ao IIII.



– Por que estão desse jeito? – perguntou Alice.

– Eu os arrumarei para formar a tabuada do 4 – respondeu a Minovaca, tirando de um buraco do arbusto-mesa dois saletros, um grande e outro pequeno.

– Você vai comer isso?

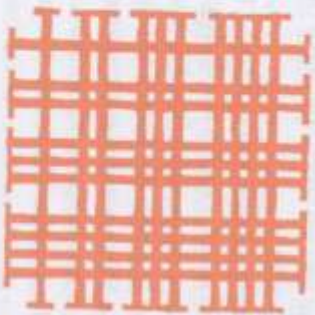
– Não, só como meninas impertinentes. E quem tem de devorá-los, isto é, assimilá-los, mas com a cabeça, é você. Estes saletros estão cheios de pó de cogumelo. O cogumelo da lagarta que de um lado faz crescer e do outro, diminuir.

– Já sei! O saletro grande está cheio do pó que faz crescer e o pequeno do que faz diminuir!

– Ao contrário, naturalmente.

– “Naturalmente”, por quê?

– Porque o mmmmais natural é fazer crescer o que é pequeno e diminuir o que é grande – respondeu a Minovaca, enquanto polvilhava os I com o saletro menor. Em poucos segundos, os palitinhos cresceram mais ou menos vinte vezes.



– Parece que estão formando uma grade – comentou Alice.

– Pois essa grade é a tabuada do 4. As interseções entre dois números indicam seu resultado.

– É verdade. O 2 e o 3 se cruzam em seis pontos, o 3 e o 4, em doze...

A Minovaca polvilhou então os palitos com o saletro grande que, em seguida, recuperaram seu tamanho original. Depois, colocou o relógio do Coelho Branco sobre o tabuleiro, apitou duas vezes com força e os I retomaram ordenadamente seus lugares no mostrador do relógio.

– Posso ir embora? Estou com tanta pressa! – suspirou o Coelho Branco.

– Por mim, pode – respondeu a Minovaca, devolvendo-lhe o relógio –, mas, do jeito que você é atrapalhado, não sei se vai conseguir encontrar a saída do labirinto.

O Coelho nem respondeu; saiu correndo e, poucos segundos depois, desapareceu por uma abertura disfarçada na parede vegetal.

– Muito bem, mmosquinha mmorta – disse a Minovaca, olhando fixamente para Alice –, agora vamos ver exatamente o que você não sabe. Que tabuada você não sabe?

– Não sei, por exemplo, a do 7 – respondeu a menina.

– E não me chame de mosquinha morta. Sou um mamífero, como você.

– Então vou chamá-lo de musaranho, que é o menor e mais insignificante mamífero que existe. Vamos lá, 7 vezes 2?

– Isso todo mundo sabe: 14.

– E 7 vezes 3?

– É o mesmo que 3 vezes 7: 21.

– 7 vezes 4?

– O dobro de 7 vezes 2: 28.

– Você nem mim mesmo sabe o que não sabe! Claro que sabe a tabuada do 7!

– Não inteira – respondeu Alice. – Por exemplo, não sei quanto é 7 vezes 9.

– Mas se soubesse a tabuada do 9, bem que saberia...

– Claro, porque 7 vezes 9 é igual a 9 vezes 7. O problema é que também não sei a do 9.

– Claro que sabe. Olhe...

A Minovaca tirou de outro buraco do arbusto-mesa uma caixinha cheia de números e travessões, que esvaziou sobre o tabuleiro branco e pôs em ordem com a ajuda do apito. Os travessões se cruzaram para formar o sinal de vezes e se juntaram para formar o sinal de igual; os algarismos ocuparam seus lugares disciplinadamente:

$$\begin{array}{r} 9 \times 2 = 18 \\ 9 \times 3 = 27 \\ 9 \times 4 = 36 \\ 9 \times 5 = 45 \\ 9 \times 6 = 54 \\ 9 \times 7 = 63 \\ 9 \times 8 = 72 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$

- Faltam 9 vezes 1 e 9 vezes 10 - observou Alice.
- Não faltam, sobram - replicou a Minovaca -, porque são triviais. Qualquer número vezes 1 é igual a ele mesmo, e vezes 10 basta acrescentar-lhe um zero. Bem, preste atenção nesta tabuada.
- Estou prestando, mas tenho certeza de que a esquecerei assim que ela sair da minha frente - afirmou a menina.
- Não disse para você olhar para ela, mas para prestar atenção, para que ela possa se fixar na sua cabeça dura.
- E como devo prestar atenção?
- Prestar atenção em alguma coisa significa olhar para ela ordenadamente. Vamos, portanto, começar pelo início: $9 \times 2 = 18$; a primeira cifra do resultado é 2 - 1 = 1; a segunda, o que falta ao 1 para chegar a 9, ou seja, $9 - 1 = 8$. Passamos ao resultado seguinte: $9 \times 3 = 27$; a primeira cifra é 3 - 1 = 2, e a segunda, o que falta a esse dois para chegar ao 9, ou seja, $9 - 2 = 7$...

- Entendi! - exclamou Alice - E é sempre assim!
- Muito bem, então, quanto é 9×7 ? - perguntou a Minovaca, cobrindo com a mão a tabuada para que a menina não a visse.
- A primeira cifra do resultado é 7 - 1, ou seja, 6; a segunda, o que falta a 6 para chegar a 9, que é 3; portanto, $9 \times 7 = 63$.

- Via, só? Você sabia a tabuada do nove, mas não sabia que sabia. Na realidade, você sabe a tabuada de multiplicar.
- Inveja, não.
- Inveja, sim - discordou a Minovaca, que soprou em cima do tabuleiro fazendo soar que os números e os sinais voassem como pequenos insetos. Depois, virou o tabuleiro: do outro lado havia uma grade de 8×8 .
- Parece um tabuleiro de xadrez, mas só com casas brancas - comentou Alice.
- É um tabuleiro e uma tabuada, a de multiplicar - disse a Minovaca.
- Então, ela pegou outra caixinha cheia de números, maior do que a outra, esvaziou-a e, com o apito, colocou os números em ordem.

9	18	27	36	45	54	63	72	81
8	16	24	32	40	48	56	64	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63
6	12	18	24	30	36	42	48	54
5	10	15	20	25	30	35	40	45
4	8	12	16	20	24	28	32	36
3	6	9	12	15	18	21	24	27
2	4	6	8	10	12	14	16	18
2	3	4	5	6	7	8	9	

– Faltam a tabuada do 1 e a do 10...

– Nossa, você insiste! Já disse que não faltam, mas que sobram: podem ser eliminadas porque são triviais. E se continuar insistindo nas trivialidades vou eliminar você também – ameaçou a Minovaca.

– La dizer que faltam a do 1 e a do 10 e mesmo assim existe um montão de resultados para decorar – completou Alice.

– Ummm mmmeio mmmontão apenas. Observe a diagonal que vai do ângulo inferior esquerdo ao superior direito: os produtos que estão acima dela são os mesmos que estão abaixo.

– E verdade – admitiu Alice. – De qualquer jeito, meio montão continua sendo muito.

– Na verdade, não é nada. A tabuada do 2 não é nada além da sequência dos números pares: 2, 4, 6, 8...; de tal forma que podemos eliminá-la de tão fácil. A do 3...

– Essa eu sei.

– Podemos então eliminá-la também. A do 4 é o dobro da do 2: se você sabe que $2 \times 3 = 6$, você também sabe que $4 \times 3 = 12$. A do 5 é impossível não saber, pois é só multiplicar por dez a metade de cada número. Daí que se a metade de 6 é 3, então $5 \times 6 = 30$; se a metade de 7 é 3,5, então $5 \times 7 = 35$...

– Nossa, é mesmo, agora caiu a ficha...

– Pois então guarde-a, porque vamos continuar. A do 6 é o dobro da do 3: como $3 \times 4 = 12$, $6 \times 4 = 24$ etc. A do 8...

– Você pulou a do 7.

– Não pulei, não, espreitinha, estou deixando para o final. A do 8 é o dobro da do 4, que é o dobro da do 2: como $4 \times 3 = 12$, $8 \times 3 = 24$; e a do 9 você já sabe.

– Falta a do 7.

– Parece que falta – replicou a Minovaca –, mas como você sabe todas as demais, sabe que $2 \times 7 = 14$,

$3 \times 7 = 21$, $4 \times 7 = 28$, $5 \times 7 = 35$, $6 \times 7 = 42$, $8 \times 7 = 56$
 $9 \times 7 = 63$. Falta só 7×7 ...

– Isso eu sei: $7 \times 7 = 49$.

– Então, você sabe ou não sabe as tabuadas de multiplicar? Como não passou na prova de ignorância eu devia devorar você.

– Não pode me devorar, as vacas são herbívoras – discordou Alice, indo se esconder, outra vez, por precaução, atrás de Charlie.

– Bom, então comerei seu cabelo ammmarelo, que parece palha.

– Meu cabelo não é palha – protestou a menina. – É um bonito cabelo loiro-dourado!

– Talvez eu deixe você ir embora se mmme elogiar de forma convincente.

– Você é a melhor professora de matemática que já conheci – disse Alice com convicção.

A Minovaca sorriu satisfeita e ficou vermelha de prazer – era evidente que tinha gostado do elogio.

1894

O deserto

Enquanto avançavam
ce perguntou a Charlie:

– Por que o Zero tem
fundo, ela é inofensiva.

– Para nós, talvez; mas
são de cartolina e que as vaci-
lose como o pasto.

Depois de um tempo,
do labirinto começava a cobri-
partículas. Uma partícula mu-
de modo estranho sob seus pé-
-la, Alice exclamou:

– Mas é trigo! O chão é
– Isso quer dizer que es-
tou Charlie sem se alterar.

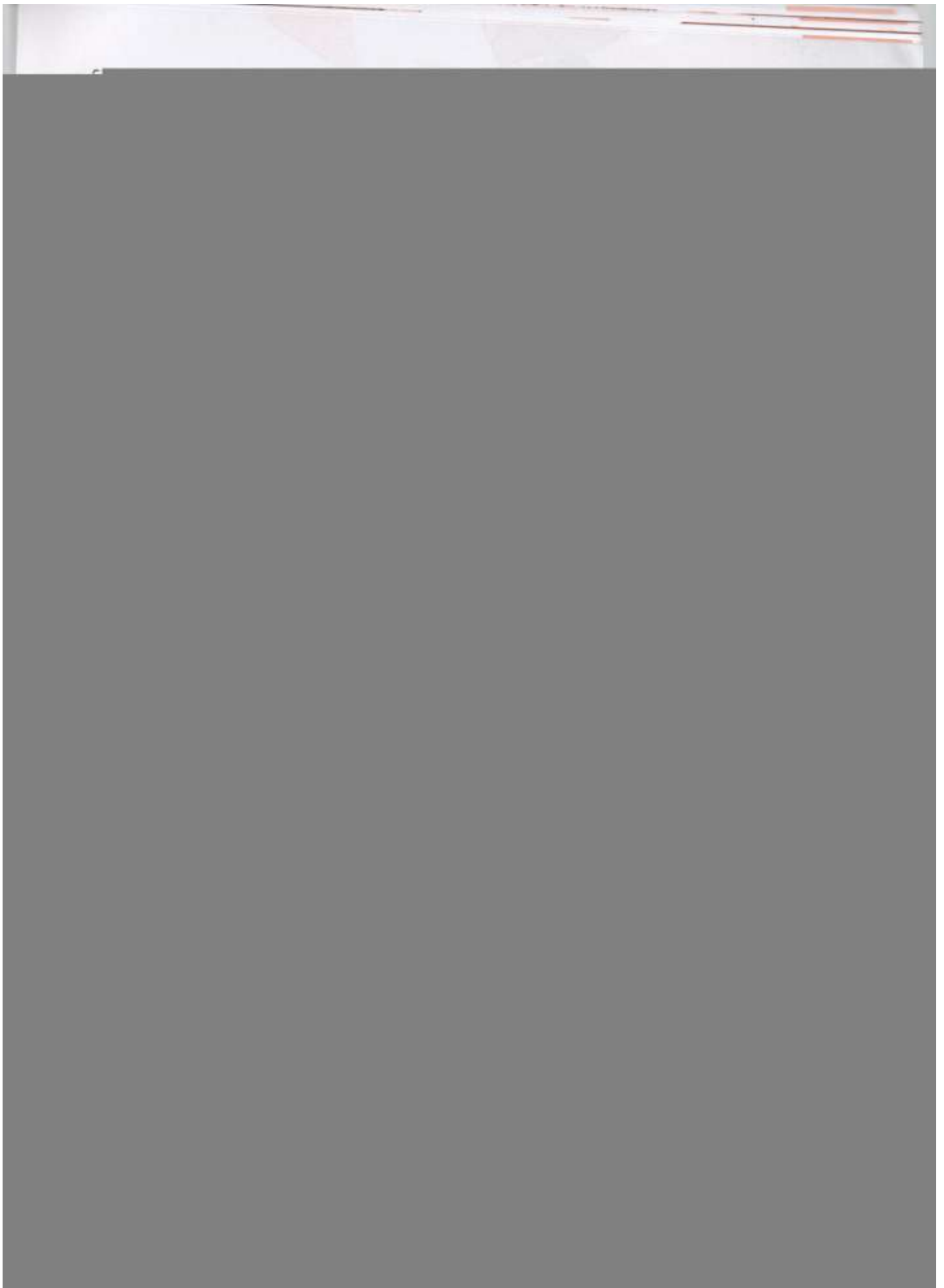
De fato, pouco depois,
dulada extensão amarela, um
recia não ter fim. Mas não era
deserto de grãos de trigo.

– O que é isso? – pergun-
– É a dívida do rei Shi

Melhor dizendo, uma pequena:
– E a quem ele deve tam-
– Melhor que ele mesm-

pontinho preto em cima daqu-
que é ele. Vamos até lá, fazer-l-

Depois de uma longa e
imenso deserto de trigo, chegamos
cão de barba branca e compr-



– Será? Vamos fazer o cálculo. Faz dois mil anos que o chifre produz trigo sem parar um só minuto. Um dia tem 86 400 segundos, logo, um ano tem 30 milhões de segundos. Dois mil anos, então, correspondem, aproximadamente, a 60 bilhões de segundos. Como o chifre produz 15 milhões de grãos por segundo, nestes dois mil anos ele produziu cerca de um quintilhão de grãos. Nesse ritmo, falam ainda mais 30 mil anos para produzir os 18 quintilhões e meio necessários.

– Que horror! – estremeceu Alice. – Fico com vontade só de pensar. Vamos sair logo deste monstruoso deserto de trigo.

– Talvez o rei faça a bondade de nos indicar a saída – comentou Charlie, olhando para Shirham.

– Meu tapete levará vocês – disse o rei. – Mas antes devem jogar uma partida de xadrez comigo. E como estou farto de números astronômicos e de prazos intermináveis, vocês terão de ganhar com o menor número de jogadas possível.

Na sequência, o rei tirou de uma caixa de marfim, pouco a pouco, as peças de xadrez e as colocou no tabuleiro. Colocou as brancas do seu lado e fez o primeiro movimento: avançou uma casa com o peão do bispo do rei.

– Como podemos ganhar com o menor número de jogadas? – Alice perguntou baixinho a Charlie. – Além de tudo, ele joga com as brancas!

– Isso facilita as coisas – respondeu o escritor, tranquilizando-a.

– Por quê?

– Se o rei nos desafia a ganhar com o menor número de jogadas é porque é possível fazê-lo, senão não seria um desafio honesto. E para que seja possível, ele tem de colaborar – explicou Charlie, avançando uma casa com o peão preto do rei.

– E como podemos ter certeza de que ele é honesto? – perguntou Alice baixinho outra vez.

– Bem, um homem que pega uma dívida de 18 quinti-

lhões e meio de grãos de trigo tem, no mínimo, de ser honesto! – respondeu o escritor.

Shirham mexeu seu peão do cavalo duas casas e disse:

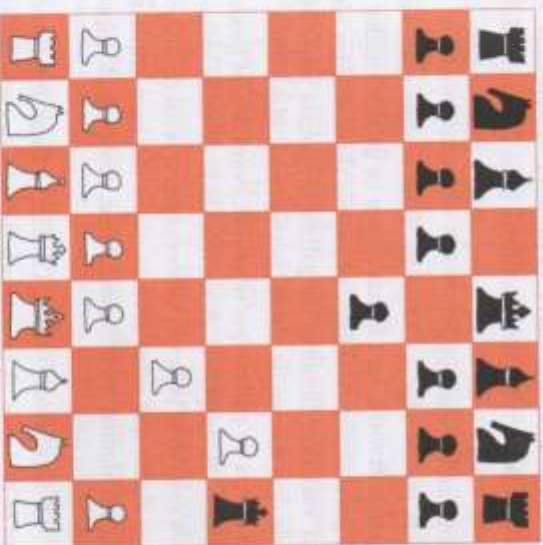
– Agora é a vez da menina, já que a primeira jogada foi do homem.

– Leve em conta, Alice – advertiu Charlie –, que para que a partida seja o mais curta possível você tem de ganhar já.

– Já? – surpreendeu-se a menina.

Observando atentamente o jogo, ela então mexeu a dama na diagonal até a borda do tabuleiro:

– Xequemate!



– Muito bem! – cumprimentou-a Shirham. – Esta é, sem dúvida, a partida mais curta possível. Estava com vontade de jogá-la. Aqui está o meu tapete.

– É um tapete voador? – perguntou Alice.

– Melhor do que isso – respondeu o rei. – É um tapete escorregador.

Um bosque de números

Sentados no tapete com as pernas cruzadas, Alice e Charlie deslizaram pela suave encosta. Era como andar num tremó, só que no trigo, e não na neve.

— Como sabemos para onde estamos indo? — perguntou a menina.

— Não sabemos, mas não importa. Na verdade, como estamos sobre um enorme monte de trigo e estamos descendo, pois, como você sabe, é impossível deslizar para cima, acabaremos saindo daqui.

E, pouco depois, chegaram a um bosque muito estranho, cujas árvores, sem folhas e com os galhos virados para cima, pareciam candelabros esquisitos de diferentes alturas e com variados números de galhos. Algumas não tinham mais de dois metros de altura, outras eram muito altas, com vários níveis de galhos que se ramificavam de um modo curiosamente homogêneo. A extremidade de cada galho terminava com uma bola tão escura como o resto da árvore.

— Acho que estas árvores assim tão bem enfileiradas significam alguma coisa — disse Alice, descendo do tapete —, mas não sei o que...

— É isso mesmo — disse Charlie. — Estas árvores representam os números. A quantidade de bolas de cada árvore indica o número ao qual corresponde. Este é o 1, ele só tem um galho que se confunde com o tronco, por isso é um número tão *singular*. Este é o 2, cujo tronco, naturalmente, se bifurca em dois galhos. Este, que parece uma mão aberta, é o 5...

— E por que o 10 tem dois galhos que saem do tronco e depois se dividem em mais cinco cada um? — perguntou Alice.



— Cada árvore tende a crescer o máximo possível, mas obedecendo sempre a uma regra simples: todos os galhos de um nível se subdividem no mesmo número de galhos no nível seguinte.

— Por isso, no 10, os dois galhos do primeiro andar se dividem em cinco galhos cada um no andar acima, ficando $2 \times 5 = 10$.

— Exatamente. Por isso os números primos como o 2 e o 5, ou o 17, que estão ao lado do 10, têm apenas um "andar", como você diz.

— Será que entendi? Se a gente procurar a árvore de 15 bolas, ela terá três galhos, cada um com cinco ramificações? A de 12 será 2 vezes 2 vezes 3?

— Isso mesmo! Já entendeu.

— E por que as árvores não estão em ordem? Na primeira fileira, estão o 1, 2, 5, 10, 17... Na segunda, o 4, 3, 6, 11...

— Isso não quer dizer que não estejam em ordem — respondeu Charlie, que, pegando o lápis e o caderninho do bolso, escreveu uma série de números. — Elas seguem esta disposição...

1	2	5	10	17	26	37
4	3	6	11	18	27	38
9	8	7	12	19	28	...
16	15	14	13	20	29	
25	24	23	22	21	30	
36	35	34	33	32	31	

– Que disposição mais esquisita! – comentou Alice.
 – Esquisita só na aparência. Se você observar bem, a sequência dos números forma quadrados cada vez maiores. Charlie foi enquadrando vários grupos de números.

1	2	5
4	3	6
9	8	7

– Estou entendendo.
 – Por isso, na primeira coluna encontramos a sequência de quadrados perfeitos: 1, 4, 9, 16, 25, 36...
 A medida que adentravam o bosque, as árvores iam ficando cada vez mais cheias de galhos.
 – Sabemos para onde estamos indo? – perguntou Alice, num dado momento.
 – Alguém já disse que um matemático é um homem perdido em um bosque de números – respondeu Charlie, sonhador.
 – Por que não uma mulher? – replicou Alice num tom feminista.
 – Porque então não seria um matemático, e sim uma matemática. Mas, realmente, você tem razão, a frase também vale para você neste momento.
 – Acabamos de entrar e já estamos perdidos?
 – Não, é modo de dizer. Na verdade, é difícil se perder entre os números, pois eles costumam seguir alguma regra. Agora, por exemplo, o que nos interessa é cruzar o bosque na diagonal; para isso precisamos seguir a sequência 1, 3, 7, 13, 21, 31... – disse Charlie, assinalando com seu lápis a diagonal do quadrado de números que acabava de fazer no caderno.
 – E temos de continuar fazendo quadrados cada vez maiores para descobrir os números seguintes?

– Não é necessário. Se você observar, a sequência obedece a uma lógica simples: $3 \in 1 + 2$, $7 \in 3 + 4$, $13 \in 7 + 6$, $21 \in 13 + 8$...

– Claro, entendi! É só somar 2 ao número anterior. Ao 21 somamos 10 e encontramos 31, depois, o seguinte será $31 + 12$, ou seja, 43 – deduziu Alice.

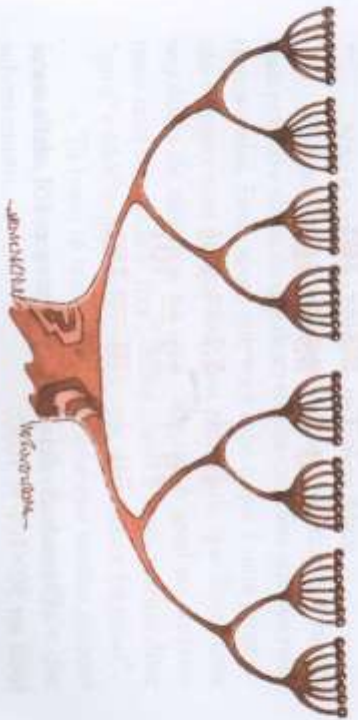
– Exatamente. É por isso que para ter certeza de que estamos cruzando o bosque na diagonal, precisamos conferir, de vez em quando, se estamos próximos das árvores dessa série.

– Sim, mas os números crescem cada vez mais e é muito chato contar tantas bolas.

– A contagem pode ser bastante simplificada com um pouco de método. Por exemplo, acabou de perceber que nos desviamos um pouco para a esquerda porque, para seguir a diagonal, deveríamos passar perto do 57 e estamos no 56.

– Como você contou as bolas tão depressa? – perguntou Alice, surpresa.

– A árvore tem quatro níveis de galhos: dos três primeiros saem dois galhos de cada bifurcação, e do quarto saem sete de cada. Você só tem que multiplicar $2 \times 2 \times 2 \times 7$, para saber que são 56 bolas. Quando crescem, segundo a regra que lhe ensinei, as árvores decompõem cada número em seus fatores primos.



– Ou seja, os menores fatores possíveis, para dar o maior número de níveis de galhos.

– Isso mesmo. E quanto mais fatores, mais níveis, e os fatores menores serão sempre primos, porque senão poderiam decompor-se em outros fatores – explicou Charlie.

– Você conhece outros truques para contar depressa e sem esforço?

– Claro. Vou lhe ensinar um muito bom, descoberto por um menino, mais novo que você, chamado Carl Friedrich Gauss, um dos maiores matemáticos de todos os tempos. Um dia na escola, um professor mandou como castigo que toda a classe somasse os números de 1 a 100...

– Não disse que os professores de matemática são uns centrados?

Alice não sabia muito bem o que era *centrado*, mas achava que era um grande insulto.

– Alguns sim – concordou Charlie. – Mas a questão é que com o pequeno Gauss essa *centrabilidade* não funcionou, pois ele acabou fazendo a soma em poucos segundos.

– E como ele fez?

– De forma muito simples. Percebeu que podia empilhar os cem primeiros números da seguinte forma:

$$\begin{array}{r} 1 + 100 = 101 \\ 2 + 99 = 101 \\ 3 + 98 = 101 \\ \dots \\ 48 + 53 = 101 \\ 49 + 52 = 101 \\ 50 + 51 = 101 \end{array}$$

– O resultado disso é cinquenta vezes 101, daí a soma total ser $50 \times 101 = 5050$.

– Muito esperto esse tal de Gauss.

– Sem se propor a isso, acabou redescobririndo a fórmula que representa a soma dos membros de uma progressão aritmética.

– Você já está falando outra vez como professor – queixou-se Alice.

– Fique tranquila, que já vou explicar. Uma progressão aritmética nada mais é do que uma sequência de números em que cada um é igual ao anterior mais uma quantidade fixa, que se chama “razão”. A progressão aritmética mais simples é, precisamente, a série dos números naturais: 0, 1, 2, 3, 4, 5... porque cada número é igual ao anterior mais 1. A série dos números ímpares: 1, 3, 5, 7, 9...

– É uma progressão aritmética de razão 2; e a dos pares também – Alice concluiu.

– Exatamente. Viu como é simples?

– É, mas por que precisa usar essas palavras, “progressão aritmética”, “razão”? Não pode simplesmente dizer que se soma 1, ou 2, cada vez aos números...

– Você tem algum bicho em casa? – interrompeu Charlie, aparentemente mudando de assunto.

– Tenho um gato siamês.

– E por que você usa essas palavras “gato” e “siamês”? Seria muito mais fácil dizer “um animalzinho peludo que caça ratos e faz miau”.

– Não é a mesma coisa! – reclamou Alice.

– É sim: dar nome às coisas e usar esses nomes é muito mais prático e eficaz do que descrevê-las cada vez que nos referimos a elas. Bom, agora que você sabe o que é uma progressão é muito mais prático usar essa palavra do que dizer “uma sequência de números, na qual cada um é igual ao anterior mais uma quantidade fixa”, assim como é mais prático dizer “gato” e não “animalzinho peludo que caça ratos e faz miau”.

– Tá bom, tá bom. Mas você sabe que muitas pessoas falam dessa forma para parecer que são importantes e que sabem muito.

– Infelizmente, é verdade – admitiu Charlie. – O mundo está cheio de charlatões, enganadores e arrogantes. Mas isso não é culpa do palavreado, mas daqueles que o utilizam de forma errada. Voltando às progressões...

O escritor parou ao lado do frondoso 343 – de cujo tronco saíam sete galhos, dos quais saíam outros sete, que por sua vez se subdividiam em mais sete –, pegou o caderno e o lápis e começou a escrever.

– O que você está fazendo? – perguntou Alice.

– Como você bem disse, a sequência dos números pares, isto é, 0, 2, 4, 6, 8, 10... também é uma progressão aritmética. Vamos calcular a soma dos seus dez primeiros números positivos.

– Usando o truque do pequeno Gauss?

– Sim, mas vamos fazer isso de um modo um pouco diferente para que fique mais claro. Primeiro, escrevo esses dez primeiros números na ordem normal e depois, embaixo, na ordem inversa.

2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
20	18	16	14	12	10	8	6	4	2

– Por que escrever duas vezes?

– Agora somamos dois a dois os números das duas sequências e encontramos dez vezes 22. $22 \times 2 = 20 + 2$, ou seja, o primeiro número mais o último, que vale o dobro da soma dos dez números contados duas vezes. Portanto, a soma que procuramos é $\frac{22 \times 10}{2} = 110$.

2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
+ 20	18	16	14	12	10	8	6	4	2
22	22	22	22	22	22	22	22	22	22

– E isso pode ser feito com todas as progressões aritméticas – comentou Alice.

– Claro. Se chamamos p o primeiro número de qualquer progressão, u o último, n o total de números e s a soma, temos que $s = \frac{(p+u)n}{2}$. Considerando os cem primeiros números, p é 1, u é 100 e n também é 100; daí

$$s = \frac{(1+100) \times 100}{2} = 101 \times 50 = 5\,050, \text{ como já sabíamos.}$$

Começaram a andar novamente e, depois de uma pausa, Alice perguntou:

– Os grãos de trigo do tabuleiro de xadrez também formam uma progressão?

– Sim, mas geométrica, porque obtemos cada número multiplicando o anterior por uma quantidade fixa, e não somando-a como na progressão aritmética. A série 1, 2, 4, 8, 16, 32... é uma progressão geométrica de razão 2, pois cada número é igual ao anterior multiplicado por 2.

Mas Alice, àquela altura, não o escutava mais; farejava o ar com prazer.

– Hum! Estou sentindo cheiro de torta de maçã! – exclamou.

O chá das cinco

— Isso quer dizer que o Chapeleiro Louco e seus amigos estão tomando o chá das cinco — comentou Charlie. — O que não é surpreendente, pois eles tomam chá o dia inteiro.

Efervidamente, avançando pela diagonal do bosque de números, logo viram o Chapeleiro e a Lebre de Março tomando chá, sentados numa mesa embaixo de uma árvore. No meio deles, a Marmota dormia profundamente.

A mesa era enorme; no entanto, os três comensais estavam amontoados muito perto um do outro em um dos cantos. Quando viram Alice se aproximar, a Lebre e o Chapeleiro começaram a gritar:

— Não há lugar! Não há lugar!

— Como não há lugar? Tem lugar de sobra — respondeu a menina, indignada, sentando-se numa ampla poltrona na cabeceira da mesa. Charlie, que vinha atrás dela, sorrindo enigmáticamente, sentou-se ao seu lado.

— O que você prefere, meia torta de maçã ou duas quartas partes? — perguntou a Lebre de Março a Alice, abrindo um amplo sorriso.

— Você está me gozando? Meia torta é a mesma coisa que duas quartas partes — disse a menina.

— Muito bem, você acaba de descobrir as frações equivalentes — parabenizou-a o Chapeleiro Louco.

— Claro: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ — acrescentou a Lebre.

— Mas talvez você seja tão gulosa que queira comer 50% da torta — disse o Chapeleiro.

— Chega de brincadeira! — reclamou Alice — 50% de torta também é o mesmo que a metade.

— Nossa, que menina esperta! — exclamou a Lebre de Março, aplaudindo com as orelhas.

— E por que 50% é o mesmo que a metade? — perguntou a Marmota com os olhos fechados.

— Porque cinquenta partes de cem são a mesma coisa que a metade — respondeu Alice no ato.

— É mesmo? Com certeza não vai ser você quem vai repartir a torta! — respondeu o Chapeleiro. — Você acha que dá no mesmo parti-la em dois pedaços e ficar com um, do que parti-la em cem e ficar com cinquenta?

— O trabalho não será o mesmo — admitiu a menina —, mas a quantidade de torta sim.*

— Por isso $\frac{1}{2}$ e $\frac{50}{100}$ são frações equivalentes — sentenciou a Lebre. — A segunda fração pode ser simplificada e convertida na primeira.

— Pode e deve ser simplificada! — o Chapeleiro Louco exclamou, agitando a faca no ar como se fosse uma batuta. — Por isso, menina teimosa, não espere que eu corte a torta em cem partes para lhe dar cinquenta.

— Eu não sou teimosa e nem pretendo... — começou a protestar Alice, mas a Lebre de Março a interrompeu.

— Talvez esta menina tão simpática e gulosa prefira 0,5 de torta.

— Mais gulosa que simpática — observou o Chapeleiro. — Já chegou! — exclamou Alice irritada. — 0,5 também é

igual à metade.

— Por quê? — perguntou a Marmota, ainda meio adormecida.

— Bem, porque... — a menina começou a falar, mas logo percebeu que não sabia explicar aquilo muito bem.

— Porque nosso sistema de numeração posicional — explicou Charlie — não apenas permite expressar unidades, dezenas, centenas e demais múltiplos de dez por meio da posição dos algarismos como também décimos, centésimos, milésimos...

– Quem é esse? – perguntou a Lebre de Março, como se tivesse percebido, pela primeira vez, a presença de Charlie.

– É um famoso escritor e matemático – respondeu Alice. – Aliás, o autor de vocês, Lewis Carroll em pessoa.

O Chapeleiro e a Lebre começaram a tremer.

– Piedade, senhor autor, não acabe com a gente! – implorou a Lebre de Março.

– Continue pensando em nós! – suplicou o Chapeleiro Louco.

– Não se preocupem – tranquilizou-os Charlie –, vocês estão entre os meus personagens favoritos e ninguém mais do que eu quer que continuem vivos. Além do mais, mesmo que eu quisesse, não poderia destruí-los, pois estão vivos na cabeça de milhares de leitores. Neste preciso momento, pode contar que *alguém* está lendo sobre vocês.

– É mesmo? Então podemos ser desobedientes e impertinentes com você? – perguntou a Lebre de Março.

Mas o Chapeleiro Louco deu-lhe um chute por baixo da mesa e suplicou:

– Por favor, querido autor, nos explique esse tal sistema posicional.

– É muito simples, como tudo o que é genial. Quando escrevemos, por exemplo, 347, isso quer dizer que temos 7 unidades, 4 dezenas e 3 centenas...

Mais do que depressa, o Chapeleiro tirou um pincel do bolso, molhou-o num pote de mel e escreveu os três números bem grandes sobre a toalha branca. Depois, com um lápis minúsculo, escreveu “centena”, “dezena” e “unidade”, embaixo de cada algarismo correspondente.

3 **4** **7**
centena dezena unidade

– Você sujou a toalha! – comentou Alice.

– Tudo pela ciência – retrucou o Chapeleiro. – Além do mais, a toalha pode ser lavada.

– Pois bem – continuou Charlie –, por meio de uma simples vírgula, podemos ampliar nosso maravilhoso sistema posicional decimal e incluir também décimos, centésimos, milésimos... Assim, se escrevemos 347,125...

O Chapeleiro Louco voltou a molhar o pincel no mel e a pegar o lápis, e completou sua tarefa.

3 **4** **7** **1** **2** **5**
centena dezena unidade décimo centésimo milésimo

– Estou entendendo... O primeiro algarismo à direita da vírgula representa os décimos, por isso 0,5 é igual à cinco décimos, ou seja, à metade – observou Alice.

– Exatamente – concordou Charlie. – E da mesma maneira que dez unidades são uma dezena e dez dezenas são uma centena, dez décimos são uma unidade, dez centésimos são um décimo, dez milésimos são um centésimo e assim sucessivamente. Se esse numeral expressasse um peso em quilos... – A pessoa seria muito gorda – interveio a Lebre de

Março.

– Ou o hipopótamo, muito magro – acrescentou o

Chapeleiro Louco.

– De qualquer forma, essa pessoa, ou esse hipopótamo, pesaria 347 quilos e 125 gramas, pois, como vocês sabem, um grama é a milésima parte de um quilo – concluiu Charlie.

– Você quer mais torta? – perguntou a Lebre à Alice.

– Como posso querer mais, se ainda não comi nada?! – reclamou a menina.

– Se você ainda não comeu nada, o que não pode, sem sombra de dúvida, é comer menos – observou o Chapeleiro. – O que você prefere, meio quilo ou 500 gramas de torta?

– Imagino que você tome chá – acrescentou a Lebre. – Você quer um quarto de litro ou 250 centímetros cúbicos?

– De novo?! – Alice irritou-se. – Todo mundo sabe que meio quilo é igual a 500 gramas e que um quarto de litro é o mesmo que 250 centímetros cúbicos!

– Por quê? – perguntou a Marmota, abrindo um olho e fechando-o em seguida.

– Todo mundo sabe, e, além do mais, acabamos de ver que um quilo são mil gramas e que meio quilo são 500 gramas – respondeu a menina, com impaciência. – E todo mundo sabe também que um quarto de litro é a mesma coisa que 250 centímetros cúbicos.

– Por quê? – perguntou outra vez a Marmota, somolenta.

– Charlie vai explicar – disse Alice, que, também dessa vez, não sabia muito bem por quê.

Com seu característico meio-sorriso enigmático, o escritor tirou um dado do bolso de seu casaco e o colocou sobre a mesa.



– Este dado é um cubo de um centímetro de altura e com um volume de um centímetro cúbico – disse o matemático.

– Por quê? – perguntou a Marmota, para não perder o costume.

– Por convenção – respondeu Charlie –, chamamos “centímetro cúbico” o volume de um cubo de um centímetro de lado. Um litro é igual a um decímetro cúbico, isto é, ao volume de um cubo de um decímetro de lado, e um decímetro cúbico é igual a mil centímetros cúbicos. Por isso, um quarto de litro é a mesma coisa que 250 centímetros cúbicos.

– Por que um decímetro cúbico é igual a mil centímetros cúbicos? – perguntou Alice. – Se não estou enganada, um decímetro equivale a dez centímetros.

Charlie pegou seu pequeno caderno de bolso e seu lápis e fez um desenho.



– Aqui temos um cubo com três centímetros de lado. Quantos cubinhos de um centímetro de lado ele tem? – perguntou.

Depois de examinar o desenho com atenção, a menina respondeu.

– São três andares com nove cubinhos cada um, portanto vinte e sete.

– Isso mesmo: $3 \times 3 \times 3 = 27$. Da mesma forma, se o cubo tivesse um decímetro de cada lado, isto é, dez centímetros, conteria $10 \times 10 \times 10 = 1000$ cubinhos de um centímetro de lado. Portanto, um decímetro cúbico é igual a mil centímetros cúbicos.

– Ainda não consigo acreditar que em um pequeno cubo de apenas um decímetro de lado caiba um litro – disse a Lebre de Março.

– Pois, então, vamos tirar a prova – propôs o Chapeleiro Louco, pegando embaixo da mesa um pedaço de feltro grosso, barbaente, umas resouras grandes, uma fita métrica, agulha e linha e outros apetrechos próprios de seu ofício. Em poucos minutos, confeccionou um cubo de um decímetro de lado aberto em cima, como uma caixa sem tampa. – Pode servir de chapéu a um desses cabeças quadradas – comentou com uma risadinha.

A Lebre pegou uma garrafa de um litro de água mineral que estava em cima da mesa e a esvaziou na caixa cônica de feltro.

— Vai sair pelos lados — advertiu Alice.

— Não, é feltro impemeável. Meus chapéus não molham — afirmou o Chapeleiro, com orgulho profissional.

A água encheu o recipiente de feltro até a borda, sem que varasse uma única gota.

— Exatamente um litro, que coincidência! — exclamou a Lebre de Março.

— Pois ainda não terminaram as “coincidências” — disse Charlie, rindo da cara de surpresa da Lebre. — Se pudéssemos pesar esse litro ou decímetro cúbico de água...

— Podemos — falou o Chapeleiro Louco, tirando de baixo da mesa uma balança com pratos de cobre.

A Lebre verteu a água do recipiente de feltro em um dos pratos, que, felizmente, era suficientemente grande. No outro prato, o Chapeleiro colocou um peso de um quilo, e a balança ficou em perfeito equilíbrio.

— Um litro pesa exatamente um quilo! — exclamou a Lebre de Março. — Que incrível!

— Por quê? — perguntou a Marmota, entre um ronco e outro.

— Não há nada de incrível — explicou Charlie. — Isso foi pensado dessa forma para que as medidas de comprimento, capacidade e peso tivessem relação entre si. Primeiro, definiu-se o metro, que é aproximadamente a décima-milésima parte do quadrante de um meridiano terrestre. O quadrante é a quarta parte, isto é, um meridiano mede uns 40 milhões de metros, ou, dito de outro modo, 40 mil quilômetros. Uma vez definido o metro, com seus múltiplos e submúltiplos, foi definido o litro como a capacidade de um recipiente cúbico de um decímetro de lado e o quilo como o peso de um litro de água.

— É por isso que nosso sistema de medidas se chama “sistema métrico”? — perguntou Alice.



– Sim, pois ele tem como base o metro.

– Se tivesse como base o litro, ia chamar litrico – falou o Chapeleiro.

– E se a base fosse o grama, se chamaria grâmico – acrescentou a Lebre de Março.

– Seu nome completo é “sistema métrico decimal” – esclareceu Charlie –, porque as unidades são de dez em dez: dez milímetros são um centímetro, dez centímetros são um decímetro, dez decímetros são um metro...

Nesse momento, chegou uma carta que, sem dizer nada, entregou um envelope ao Chapeleiro Louco, que o abriu tremendo.

– Espero o pior – disse. – O pior do pior! – exclamou depois de ler o bilhete.

“A Rainha de Copas ordena que seja testemunha de um julgamento” – dizia o bilhete que a Lebre de Março leu por cima do ombro do Chapeleiro.

– Isso não é tão grave – disse Alice para tranquilizá-lo. – As testemunhas não correm perigo.

– Serei acusado de falso testemunho e me cortarão a cabeça! – gritou o Chapeleiro Louco. – E um chapeleiro sem cabeça não tem o menor futuro profissional!

– Mas ninguém pode acusar você de falso testemunho se falar a verdade – disse a menina.

– E como posso saber se vou falar a verdade ou não?

Alice ia respondendo, mas a carta agarrou o Chapeleiro Louco pelo braço e o carregou meio à força. A Lebre foi atrás deles, mantendo prudentemente uma certa distância.

– Por quê? – perguntou a Marmota, acordando de repente. Olhou confusa ao seu redor e saiu correndo.

O sorriso enigmático

Não, o título não se refere ao sorriso característico de Charlie, mas sim a um outro, muito mais enigmático, que apareceu flutuando no ar, alguns metros acima da mesa.

– Que coisa mais esquisita! – exclamou Alice. – Já vi muitos rostos sem sorrisos, mas é a primeira vez que vejo um sorriso sem rosto.

De fato, e isso era o mais enigmático, era só um sorriso: uma boca com dentes pontiagudos, sem nada atrás ou em volta.

– Não sei por que tanto espanto em ver um sorriso sem rosto – retrucou a boca flutuante.

– Quem é você? – indagou Alice, duplamente surpresa ao perceber que aquela boca inacreditável não apenas sorria como também falava.

– Sou uma incógnita: você não me enxerga, mas tem alguns dados sobre mim, de maneira que pode me decifrar.

– Como assim?

– Decifrar uma incógnita – Charlie começou a explicar – significa descobrir o que ela representa, partindo dos dados existentes sobre ela.

– Mas não tenho nenhum dado sobre isto! – reclamou

Alice.

– Porque você não olha com atenção – disse ironicamente a boca sorridente.

– Como posso olhar para alguma coisa que não vejo?

– Você vê, ou deveria ver, por exemplo, que o galho abaixo da boca está levemente inclinado para baixo; você vê dentes pontiagudos; ouve uma voz roncante...

– Você é um gato! – exclamou Alice.

– Dei muitas pistas – disse o Gato de Cheshire, aparecendo de corpo inteiro. – Vamos ver se você é capaz de de-

cifrar esta outra incógnita: um ladrilho pesa um quilo mais meio ladrilho quanto pesa o ladrilho.

Ele falou tão depressa que deu a impressão de ser uma única palavra muito comprida.

– Parece um trava-línguas – observou a menina.

– Mas é um trava-neurônios.

– Fale um pouco mais devagar, pois não entendi nada.

– Você é mesmo muito devagar. Preste atenção, porque não vou repetir mais: um ladrilho pesa um quilo mais meio ladrilho; quanto pesa o ladrilho?

– Um quilo e meio?

– Isso é que é um belo chute – disse o Gato de Cheshire. – Você ouve a palavra *quilo* seguida da palavra *meio* e, assim, sem mais nem menos, tira uma conclusão. Já vi muitos cérebros sem meninas, mas é a primeira vez que vejo uma menina sem cérebro.

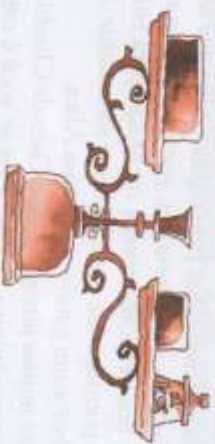
– Eu tenho cérebro! – exclamou Alice. – Só não sei resolver o problema mentalmente!

– Então, tente resolvê-lo fisicamente – disse o Gato. – Ali tem uma balança e um peso. Do que mais você precisa?

– Não tenho esse ladrilho que pesa um quilo mais meio ladrilho.

– Procure embaixo da mesa. Lá tem de tudo.

E tinha mesmo. Embaixo da mesa havia vários ladrilhos e, o mais surpreendente, havia também vários meios ladrilhos. Alice jogou fora a água que havia em um dos pratos da balança e colocou um ladrilho em seu lugar; no outro prato, junto com o peso de um quilo, colocou meio ladrilho. A balança ficou equilibrada.



– Ah está, diante do seu nariz: o ladrilho pesa um quilo mais meio ladrilho. Você quer uma calculadora? – ironizou o Gato de Cheshire.

– Não me desconcentre... Se no lugar do peso houvesse outro meio ladrilho, a balança também estaria equilibrada, uma vez que um ladrilho é igual a dois meios ladrilhos; logo, meio ladrilho pesa a mesma coisa que o peso...

– Isso é redundante – comentou o Gato.

– E se meio ladrilho pesa um quilo, o ladrilho pesará dois quilos – concluiu Alice.

– Bravo! – exclamou o Gato de Cheshire, aplaudindo com as patas da frente.

– Pena que não possa levar ao colégio uma balança para resolver os problemas – lamentou a menina.

– Claro que você pode! – interveio Charlie.

– Impossível, na minha mochila já não cabe mais nada. – Não é preciso carregar uma balança de verdade; você pode desenhá-la, e nem é necessário que seja um desenho perfeito, basta alguma coisa parecida com isto – disse o escritor, enquanto rascunhava algo no seu caderno.



– Que boa ideia! – exclamou Alice.

– E é possível simplificar ainda mais o desenho – afirmou Charlie. – Se chamarmos x o peso do ladrilho, o do meio ladrilho será $\frac{x}{2}$, vamos ter

$$x = \frac{x}{2} + 1$$

– O sinal = indica que a balança está equilibrada ou, o que é a mesma coisa, que o que está de um lado é igual ao que está do outro. Se agora tirarmos meio ladrilho de cada

lado, o equilíbrio se manterá; no primeiro prato teremos meio ladrilho e no segundo, o peso de um quilo, logo:

$$\frac{x}{2} = 1$$

— Isso significa que meio ladrilho é igual a um quilo; portanto, um ladrilho pesa dois quilos.

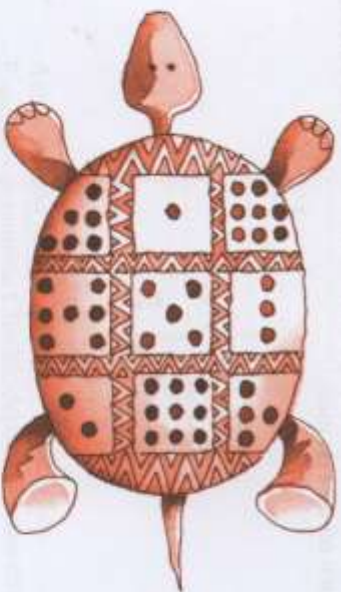
— Mas isso é uma equação! — disse a menina, com uma cara de nojo, como se tivesse visto uma barata.

O Gato de Cheshire achou tanta graça que não parou de rir até desaparecer por inteiro.

O quadrado mágico

Alice e Charlie continuaram se embrenhando no bosque, seguindo sempre a diagonal do enorme quadrado das árvores-números.

Embaixo da árvore 651, do tronco da qual saíam três galhos que se dividiam em sete e que, por sua vez, se subdividiam em trinta e um, encontraram uma tartaruga grande com um desenho esquisito no casco. Mas, ao perceber a proximidade de estranhos, o bicho escapuliu a uma velocidade fora do comum para a sua espécie.



— O que era aquilo? — perguntou Alice.

— A tartaruga divina que o sábio chinês Yu viu saindo do rio Amarelo — respondeu Charlie. — Bom, pelo menos é isso que conta o *Livro das Mutações*, escrito há mais de três mil anos. Os sinais, os pontos brancos e pretos, de seu casco representam os números de 1 a 9, e formam um quadrado mágico.

— O que é um quadrado mágico?

Sem responder, Charlie desenhou no caderno um quadrado dividido em nove casas.

- Se você conseguir colocar nas casas os números de 1 a 9, de modo que todas as fileiras, colunas e diagonais sejam o mesmo resultado, terá feito um quadrado mágico.
- Percebi que no centro do casco da tartaruga havia cinco pontos formando uma cruz - comentou Alice.
- Isso já é meio caminho andado. Vamos colocar o cinco na casa do meio.

	5	

- E agora?
- Vamos pensar. Quanto deve ser mesmo a soma dos números de cada fileira, coluna e diagonal?
- A mesma coisa - respondeu a menina.
- Sim, mas quanto?
- Não sei...
- Qual é a soma dos números de 1 a 9? - insistiu Charlie.
- Vou fazer o cálculo usando o truque de Gauss:

$$\frac{(1 + 9) \times 9}{2} = 45.$$

- Então, qual deverá ser a soma de cada fileira?
- Já sei! - exclamou Alice. - Se as três fileiras devem somar 45 e as três devem ter a mesma soma, cada fileira deverá somar 15, assim como as colunas e as diagonais.
- Muito bem. E agora, o que você acha?
- Não sei por onde começar - reconheceu a menina.
- Quando você não souber por onde começar, o melhor sempre é começar pelo começo, neste caso, pelo 1. Onde você o colocaria?
- Só há duas possibilidades: ou em um dos cantos, ou em um dos lados.
- Muito bem, você percebeu que os quatro cantos se equivalem, assim como os lados. Vejamos o que acontece se o colocarmos em um dos cantos.

1		
	5	

- Acho que não aconteceu nada - disse Alice.
- E agora? - perguntou Charlie, depois de acrescentar um 9 e quatro letras ao quadrado.

1	A	B
C	5	
D		9

– O 9 tem de ficar ali para que os três números da diagonal somem 15; isso eu entendo, mas essas letras...

– Quanto devem somar A e B?

– 14, que somado a 1 é igual a 15.

– E C e D?

– Também 14, pela mesma razão.

– E quais os números de 1 a 9 que somam 14?

– O 5 e o 9, o 8 e o 6 – respondeu Alice, depois de um tempo e algumas contas feitas com os dedos meio escondidos. – Isso mesmo. Mas o 5 e o 9 já estão nos quadrados, por isso só podem ser o 8 e o 6. Desse jeito, não é possível que $A + B = 14$ e $C + D = 14$, pois dispomos só de dois números que dão esse resultado. Qual é a conclusão que você tira disso?

– Que o 1 não pode estar no canto?

– Muito bem – disse Charlie, parabenizando-a. – Achamos de demonstrar, por meio do velho método de redução ao absurdo, que o 1 não pode ficar em nenhum dos cantos.

– Não me parece estranho, mas não tenho certeza de que método é esse...

– Ele consiste em demonstrar que alguma coisa é falsa supondo que é verdadeira e percebendo que essa suposição conduz a algum resultado absurdo e impossível. Neste caso, a gente supôs que o lugar do 1 fosse um dos cantos do quadrado e vimos que tal suposição não nos levou a lugar nenhum. Portanto...

– O 1 tem que ficar no meio, em um dos lados – concluiu Alice.

	1	5	

– Exatamente. Agora fica fácil completar o quadrado. À direita do 5 temos que colocar...

– O 9, para que a segunda fileira some 15 – continuou a menina. – E o 1 tem de estar entre o 8 e o 6 para que a primeira coluna também some 15. Agora é fácil colocar os outros números...

8	3	4
1	5	9
6	7	2

– Pronto, eis o seu quadrado mágico – disse Charlie, com um sorriso amplo, e não mais enigmático.

– Nossa, que legal! – exclamou Alice. – Existem outros quadrados mágicos?

– De ordem 3, basicamente, só existe este.

– O que é ordem 3?

– A ordem de um quadrado mágico é o número de casas que ele tem de cada lado.

– Mas existe mais de um – a menina observou. – Mesmo se a gente trocar de lugar a coluna da esquerda e a da direita e vice-versa, continua sendo mágico.

4	3	8
9	5	1
2	7	6

— Certo, mas aí ele nada mais é do que o reflexo do outro no espelho, e o mesmo acontecerá com todos os outros. Todos vão corresponder a um modelo único, variável por meio de alterações de lugar e ponderações, o que é basicamente a mesma coisa.

— E os de ordem quatro?

— Esses são muito mais variados: com os números de 1 a 16 podemos formar 880 quadrados mágicos diferentes de ordem quatro.

— Como?

— Já, já você vai ver.

De fato, logo depois, e sempre seguindo pelo bosque de números em diagonal, chegaram à árvore 2 541, de cujo tronco saíam três galhos, cada um dividido em dezenove que, por sua vez, se subdividiam em quarenta e três. A sombra de sua frondosa copa viram, no chão, uma louça quadrada de pedra, dividida em dezesseis casas. Nas doze casas do perímetro da louça havia números lavrados na pedra e as casas do centro estavam vazias:

16	3	2	13
5			8
9			12
4	15	14	1

— Aqui você tem um quadrado mágico de ordem quatro — disse Charlie —, o mesmo que foi immortalizado pelo pintor Dürer em sua famosa gravura *Melanconia*. Aliás, os dois números centrais da fileira inferior indicam o ano em que foi feita a gravura: 1514.

— Mas está incompleto — observou Alice.

— Sim, e você terá de completá-lo para poder entrar.

— Entrar onde?

— Você vai descobrir assim que entrar.

— E como vou marcar os números na pedra?

— Se estiverem certos, com a ponta do dedo. A verdade amolece até a pedra.

— Tá bom, tá bom, vou tentar. Me empresta seu caderno pra fazer um rascunho... Bom, vejamos: faltam os números 6, 7, 10 e 11, que têm de ser colocados nas casas centrais. Os números da primeira coluna somam $16 + 5 + 9 + 4 = 34$; portanto, todas as colunas, fileiras e diagonais devem somar esse mesmo total... Na segunda coluna, temos o 3 e o 15 que somam 18, falta 16 para chegar a 34. Com os quatro números que faltam, a única forma de chegar a 16 é com 6 e 10, por isso vou colocá-los na segunda coluna... Mas em que ordem? Vamos tentar primeiro colocá-los assim...

16	3	2	13
5	6		8
9	10		12
4	15	14	1

— Conseguiu? — perguntou Charlie, olhando o caderno por cima do ombro da menina.

— Não, assim não dá — respondeu Alice alguns segundos depois —, porque os três números da segunda coluna somam 19 e faltaria o 15 para 34 e o 15 já está colocado. Sendo assim, o 10 tem de ir para cima e o 6 ir para baixo... É isso. O 11 e o 7 estão facilísimos...

O matemago

Como já vimos, a curiosidade de Alice era maior que o medo, assim, sem pensar duas vezes, ela começou a descer a escada que, de tão escura, não deixava ver seu fim.

Depois de um tempo, chegou a um corredor horizontal, tão escuro quanto a escada, no fundo do qual brilhava uma ré-tue luz amarelada. Seguiu nessa direção – voltar atrás já não podia, a lousa tinha se fechado sobre sua cabeça assim que ela começou a descer – até chegar a uma ampla sala iluminada por cinco políedros brancos que pareciam suspensos no ar e emitiam luz própria. Tratava-se dos cinco sólidos platônicos: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. No fundo da sala, sentado num alto tronco de pedra, estava um ancinho de barba branca lendo um livro. Vestia uma túnica preta que ia até os pés e usava um chapéu pontudo na cabeça, como os das bruxas dos contos, enfeitado com números e sinais aritméticos.

– Venha até aqui – disse o estranho personagem, sem tirar os olhos do livro.

Quando Alice chegou ao seu lado, ele lhe mostrou a página que estava lendo, na qual havia um quadro cheio de números.

1	2	4	8
5	10	6	11
11	7	14	10
9	15	12	13
3	6	7	9
7	11	15	12
15	3	13	15
13	14	5	14

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Alice se ajoelhou no chão e escreveu os quatro números nas casas centrais da lousa. A pedra cedeu sob o seu dedo como se fosse argila mole e, assim que o último número foi gravado, deslizou horizontalmente, deixando aparecer uma escada íngreme e escura que descia em direção ao centro da terra.

– Aonde vai dar essa escada? – perguntou a menina virando-se para Charlie. Mas o escritor havia desaparecido.

- O que é isso? - perguntou Alice.
- Uma pequena tabela de adivinhação.
- Você é mago?
- Um matemago, pratico as artes matemáticas. Pen- se em um número de 1 a 15 e me diga em qual das colunas ele está.

- Na primeira e na quarta - disse Alice alguns segun- dos depois.

- É o número 9 - afirmou o matemago prontamente.

- Você conhece a tabela de cor - exclamou Alice.

- Na matemática, não se utiliza a memória, mas a in- teligência. Quando eu explicar como funciona esta tabela, você também poderá utilizá-la e até mesmo elaborar a sua.

- Ohai! Adoro truques!

- Pois muito bem, este pequeno truque matemático se baseia numa propriedade muito interessante da sequência das potências de 2...

- O que é isso?

- Você já conhece essa sequência: é a mesma dos grãos de trigo no tabuleiro de xadrez: 1, 2, 4, 8, 16... Dupli- car os grãos em cada casa é como multiplicar por 2 um de- pois do outro, obtendo assim a sequência das potências de 2.

Alice ia lhe perguntar como sabia que ela conhecia a história dos grãos de trigo e o xadrez, mas o matemago virou as páginas do livro e lhe mostrou uma coluna de equivalências. Era verdade que parecia mais uma escada do que uma coluna.

$$2^0 = 1$$

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

$$2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$$

$$2^8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$$

$$2^9 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 512$$



– Por que 2^0 é 1 ? – perguntou a menina.

– Boa pergunta! Você saberia dividir 2^5 por 2^2 ? Você pode calcular oralmente.

– Sei fazer algumas operações mentalmente, mas como assim oralmente?

– Em voz alta.

Alice pensou que o matemago fosse meio pirado. Para que fazer as operações em voz alta? Se não fosse para anotá-las num papel ou na lousa, de que adiantaria dizê-las em voz alta? No entanto, resolveu fazer o que ele pedia e começou a falar:

– Como 2^5 é $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$...

De repente, ficou muda. À medida que ia falando, os números e sinais saíam de sua boca como se fossem pequenas nuvens de fumaça que ficavam flutuando no ar ordenadamente

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

Erram números grandes e brilhantes, que pareciam feitos de uma fumaça com luz própria.

– Continue – incentivou o matemago.

– Bem, o resultado é 32 , dividido por 2^2 , que é 2×2 , ou seja 4 , dá 8 .

Enquanto falava, saíam da sua boca novos números e sinais que se juntaram aos anteriores.

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$32 : 4 = 8$$

– Muito bem – disse o matemago –, mas é possível fazer a divisão diretamente, sem precisar multiplicar todos esses 2 .

Com as mãos, mexeu os números flutuantes que se reordenaram da seguinte forma:

$$\frac{2^5}{2^2} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2}$$

– E agora? – perguntou Alice.

– Agora podemos simplificar a fração da direita dividindo o numerador e o denominador duas vezes por 2 ou, o que dá na mesma, suprimir dois 2 em cima e embaixo, ficando $2 \times 2 \times 2$, ou seja 2^3 – respondeu o matemago que, com um gesto rápido, reduziu a igualdade.

$$\frac{2^5}{2^2} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2 \times 2}{\cancel{2} \times \cancel{2}} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

– Assim é mesmo mais fácil – admitiu Alice.

– E agora, preste bem atenção: o que fizemos foi subtrair dos cinco 2 do numerador os 2 do denominador, isto é, subtraímos os expoentes: $5 - 2 = 3$, e esse 3 é o expoente do resultado: 2^3 . Se agora tivéssemos que dividir, por exemplo, 2^9 por 2^5 ...

– Como $9 - 5 = 4$, o quociente será 2^4 , ou seja, 16 – concluiu a menina.

– Muito bem. Para dividir potências de um mesmo número, basta subtrair os expoentes. Agora, divida 2^3 por 2^1 .

– Isso é bico, qualquer número dividido por ele mesmo é igual a 1 .

– Certo, mas tente fazer isso subtraindo os expoentes, como acabamos de ver.

– Os dois expoentes são 3 , ou seja, $3 - 3 = 0$... Zero! – Exatamente: $2^3 : 2^3 = 2^0$. Mas como você bem disse,

um número dividido por ele mesmo é 1 , por isso escrevemos $2^0 = 1$. E o que acabamos de fazer com o 2 a gente poderia fazer com qualquer outro número. De tal forma que todo número elevado à potência 0 é igual a 1 .

– Que curioso! – comentou Alice.

– Mais curiosa ainda é a sequência das potências de 2. Todos os números naturais são ou potências de 2 ou soma de várias potências de 2 distintas; e o que é mais importante, cada número pode expressar-se apenas de uma única maneira em função das potências de 2.

Enquanto falava, o matemago virou as páginas do livro e mostrou uma lista de números à Alice.

$$\begin{aligned} 1 &= 2^0 \\ 2 &= 2^1 \\ 3 &= 2^0 + 2^1 \\ 4 &= 2^2 \\ 5 &= 2^0 + 2^2 \\ 6 &= 2^1 + 2^2 \\ 7 &= 2^0 + 2^1 + 2^2 \\ 8 &= 2^3 \\ 9 &= 2^0 + 2^3 \\ 10 &= 2^1 + 2^3 \end{aligned}$$

– O que há de tão especial nisso? – perguntou a menina, olhando a lista.

– Muita coisa. É possível também, por exemplo, expressar qualquer número como soma de ímpares diferentes, mas não de uma única forma. Assim, 16 é $9 + 7$, mas também é $1 + 3 + 5 + 7$; expressamos o mesmo número de duas formas diferentes como soma de ímpares. No entanto, na sequência 1, 2, 4, 8, 16..., qualquer agrupamento de seus termos dá uma soma diferente.

– E para que serve isso?

– Muito se pode falar sobre as propriedades desta sequência interessantíssima...

– Não, por favor, muito não – pediu Alice –, se não vai ser uma aula de matemática.

– Está certo, só vou dizer então que ela serve, por exemplo, para compor uma tabela como a que lhe mostrei antes. Vou explicar como se faz, para que você possa montar seu próprio espetáculo de magia. Para começar, vamos considerar os quatro primeiros números da sequência: 1, 2, 4 e 8. Poderíamos considerar outros, mas a tabela ficaria enorme. Com esses quatro números, podemos expressar, na forma de soma, os números de 1 a 15, que disporemos assim...

O matemago foi falando e os números iam saindo de sua boca como pequenas nuvens de fumaça e se dispondo em colunas.

1	2	4	8
3	3		
5		5	
7	7	7	
9			9
	10		10
11	11		11
		12	12
13		13	13
	14	14	14
15	15	15	15

– Por que estão nessa ordem?

– Muito simples: 3 é $1 + 2$, portanto, é colocado na coluna do 1 e do 2; 5 é $1 + 4$, portanto, é colocado na coluna do 1 e na do 4; 6 é $2 + 4$, portanto, é colocado na coluna do 2 e na do 4; 7 é $1 + 2 + 4$...

– Portanto, é colocado na coluna do 1, na do 2 e na do 4... Estou entendendo, mas para que serve? – perguntou Alice.

– Se você me diz, por exemplo, que um número está na primeira coluna e na quarta, basta somar $1 + 8$ para saber que é 9; se está apenas na terceira coluna, é o 4; se está na primeira, na segunda e na quarta é $1 + 2 + 8 = 11$; se estiver em todas, é $1 + 2 + 4 + 8 = 15$.

– Começo a entender. A tabela que você me mostrou antes é a mesma que esta, só que com os números em ordem diferente nas colunas.

– Claro; uma vez feita a tabela, você pode colocar os números de cada coluna na ordem que quiser, para que ninguém perceba o truque.

– Muito inteligente – reconheceu Alice. – Eu conheço um truque para somar rápido. Posso somar os números de 1 a 100 num abrir e fechar de olhos.

– Você também sabe somar os termos da sequência 1, 2, 4, 8, 16...

– Sim, aprendi vendo os grãos de trigo e o tabuleiro de xadrez. É muito fácil: a soma é o dobro do último número menos 1. Por exemplo,

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 2 \times 64 - 1 = 127.$$

– Muito bem – elogiou-a o matemago, com um sorriso de satisfação.

– Você conhece algum outro truque para somar depressa? – perguntou a menina.

– Sim – respondeu o ancião, que tirou o chapéu pontudo cheio de sinais matemáticos e de seu interior pegou...

Os coelhos de Fibonacci

– Um coelhinho! – exclamou Alice.

– Uma coelhinha – corrigiu o matemago, enquanto colocava no chão o pequeno roedor branco. – Dentro de um mês será adulta.

Dito isso, o ancião bateu palmas, e a coelhinha auronitou várias vezes de tamanho.

– Já se passou um mês por passe de mágica? – perguntou atônita a menina.

– Para nós, não; não se preocupe. Só acelerei o tempo de vida da coelha para não ter de esperar tanto. Para ela, sim, se passou um mês; agora é adulta e está grávida, e dentro de um mês dará cria.

– Quero ver! – pediu Alice.

– Muito bem. O matemago bateu palmas novamente fazendo aparecer uma outra coelha, tão pequena como a primeira que saíra de dentro do chapéu.

– Dentro de um mês também será adulta e dará cria? – Sim, e além disso sua mãe também dará cria novamente, pois quando adultas as coelhas dão cria todo mês.

O matemago bateu palmas outra vez. A cria cresceu e ao lado de sua mãe apareceu outra coelhinha.

– Já sei, dentro de um mês a coelhinha pequena crescerá e as outras duas coelhas darão mais uma cria cada uma

– disse Alice.

– Perfeitamente – confirmou o ancião, batendo palmas de novo, fazendo acontecer o que a menina previra: pelo chão corriam três coelhas adultas e duas crias. Mais palmas: cinco adultas e três crias. Mais uma vez: oito adultas e cinco crias.

e
 C
 Cc
 CCc
 CCCc
 CCCCCc
 CCCCCCcc
 CCCCCCCCc

– Bravo! – aplaudiu a menina, mas se conteve depressa. – Ainda bem que minhas palmas não fazem nem crescer nem multiplicar as coelhinhas, senão teria enchido a sala.

– Realmente, a sequência cresce muito depressa. Vamos ver o que acontece: no começo só havia uma coelha; depois de um mês, continuava havendo só uma; depois de dois meses, eram duas; depois de três meses, três...

– Depois cinco – prosseguiu Alice –, depois oito, e agora treze.

A medida que o materno e a menina falavam, emitiam baforradas de fumaça que se transformavam em números, que flutuavam no ar ordenadamente.

1 1 2 3 5 8 13

– Como se pode observar – assinalou o materno –, cada número é a soma dos dois anteriores: $2 = 1 + 1$, $3 = 1 + 2$, $5 = 2 + 3$, $8 = 3 + 5$, $13 = 5 + 8$...

– Se você bater palmas outra vez, teremos 21 coelhinhas, e depois 34, 55, 89...

– Excitantemente. Esta sequência foi descoberta por Leonardo de Pisa, um grande matemático italiano do século XII, mais conhecido como Fibonacci. Entre outras coisas, foi ele que começou a implantar, na Europa, o sistema de numeração árabe, na época já conhecido na Espanha. Essa sequência interessantíssima ocorre-lhe, precisamente, enquanto pensava na reprodução dos coelhos.



a	+	b	
b	+	a	
a	+	2b	
2a	+	3b	
3a	+	5b	
5a	+	8b	
8a	+	13b	
13a	+	21b	
21a	+	34b	

– Não gosto nem um pouco desse negócio de misturar letras e números – comentou Alice –, mas essa lista é bastante clara – admitiu.

– Somando todos os a e os b , você vai perceber que a soma dos dez últimos termos é $55a + 88b$. Mas observe o sétimo termo da sequência: $5a + 8b$; logo, a soma total é igual ao sétimo termo multiplicado por 11, uma vez que $11(5a + 8b) = 55a + 88b$. E multiplicar um número composto de dois algarismos por 11 é muito fácil: basta somar esses dois algarismos e colocar o resultado no meio. Assim, $36 \times 11 = 396$, uma vez que $3 + 6 = 9$.

– Entendi – disse Alice. – Para encontrar a soma de qualquer lista desse tipo, o que se deve fazer é observar o sétimo número, que é o quarto de baixo para cima, e multiplicá-lo por 11.

– Muito bem. E agora, um truque espetacular de adição matemática. Pense em um número de três algarismos – pedu-lhe o anção, virando de costas.

– Pronto.

– Diga o número bem baixinho para que eu não possa ouvi-lo.

A menina sussurrou “236”; logo um fiozinho de fumaça saiu de sua boca, formando no ar o número com um traço muito fininho.

– E agora?

– Repita o mesmo número.

Alice sussurrou novamente “236”, e os três algarismos se juntaram aos anteriores, formando o número 236 236.

– Pronto.

– Agora, divida esse número de seis algarismos por 7, mas diga o resultado bem baixinho para que eu não possa escutar.

Conforme Alice fazia a operação, os números iam se desenhando no ar, até que ela chegou ao resultado exato: 33 748.

– Terminei. Ainda bem que acabei de estudar a tabuada do 7...

– Agora, divida o resultado por 11.

Alice dividiu 33 748 por 11 e obteve 3 068.

– De novo o resultado foi exato! – exclamou, surpresa.

– Agora, divida o resultado por 13.

– Nossa, que incrível! – disse a menina terminando a divisão –, deu...

– O número que você tinha pensado – concluiu o mago, virando-se para ela.

No ar flutuava um fino e luminoso 236.

– Como você sabia?

– Muito simples: escrever duas vezes seguidas o número de três algarismos é a mesma coisa que multiplicá-lo por 1001. E $7 \times 11 \times 13 = 1001$. Se primeiro você multiplica um número por 1001 e depois o divide por 1001...

– Dá na mesma – concluiu Alice.

– Exatamente. Um truque muito simples, mas que impressiona. Você vai se divertir brincando com seus amigos.

– Pode crer! E gostei dos outros também. Acho que meu professor de matemática não conhece esses truques. Vou me vingar dele fazendo esses truques na classe.

– Vou me vingar dele fazendo esses truques na classe.

— Agora, você já é uma pequena matemaga — disse o ancião, colocando o chapéu de bruxo na cabeça. — Sente-se no trono.

Alice se sentou e, quando o matemago colocou o livro no seu colo, ela reconheceu imediatamente seu enigmático sorriso.

— Charlie! — exclamou.

A túnica e a barba branca desapareceram no ar e diante dela apareceu Lewis Carroll com seu melancólico aspecto anterior.

— Sim, sou eu. A matemaga é um dos meus maiores prazeres e, algumas vezes, até me disfarço pra criar um clima. Mas você é muito observadora e me desmascarou. Agora, já pode acordar.

— Acordar?

— Sim — disse Charlie, olhando-a com ternura e colocando uma mão em seu ombro. — Acorde.

Epílogo

— Acorde!

Assustada, Alice abriu os olhos e viu um guarda que a olhava sorrindo, chacalhando-a suavemente.

— Acorde, menina, já pegar uma insolação!

Alice estava sentada num banco de pedra no parque, com o livro de matemática aberto no colo.

— Nossa, acho que cochilei enquanto estudava — disse ela.

O guarda deu uma olhada no livro e comentou:

— Não me espanta, estudar matemática é tão chatô!

— Chatô? Nada disso, é muito divertido! — exclamou

Alice. — Quer ver? Pense num número de três algarismos...

... e a matemática é a linguagem da natureza. Ela é a linguagem da ciência e da tecnologia. Ela é a linguagem da arte e da música. Ela é a linguagem da vida e da morte. Ela é a linguagem da verdade e da beleza. Ela é a linguagem da eternidade e da eternidade.

... e a matemática é a linguagem da natureza. Ela é a linguagem da ciência e da tecnologia. Ela é a linguagem da arte e da música. Ela é a linguagem da vida e da morte. Ela é a linguagem da verdade e da beleza. Ela é a linguagem da eternidade e da eternidade.

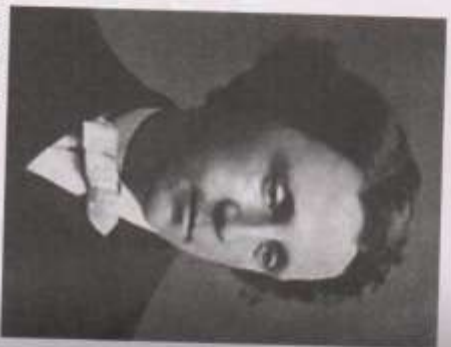
**Um pouco de matemática aqui,
um pouco de história ali...
Vire a página e descubra
como tudo se relaciona!**



O País das Maravilhas

Quem foi Lewis Carroll?

Lewis Carroll nasceu na Inglaterra, em 1832. Foi professor de matemática, matéria que adorava. Suas outras paixões foram a fotografia, os jogos de adivinhações e as histórias, que costumava inventar para distrair a pequena Alice, uma menina de 4 anos, filha de um amigo seu.



Lewis Carroll era o pseudônimo que o matemático Charles Lutwidge Dodgson usava para assinar seus livros de ficção.

Um livro muito famoso

Uma das histórias que inventou contava as aventuras da menina Alice, que, ao seguir um coelho branco, se perdia num país meio maluco, cheio de estranhos personagens. Publicada em 1865, essa história virou um livro conhecido: *Alice no País das Maravilhas*.

A história de Alice ficou muito famosa, ganhando inúmeras edições ao longo de cem anos. Também foi adaptada para canções, peças de teatro, balés e filmes, permanecendo sempre atual, encantando gerações e gerações através dos tempos.

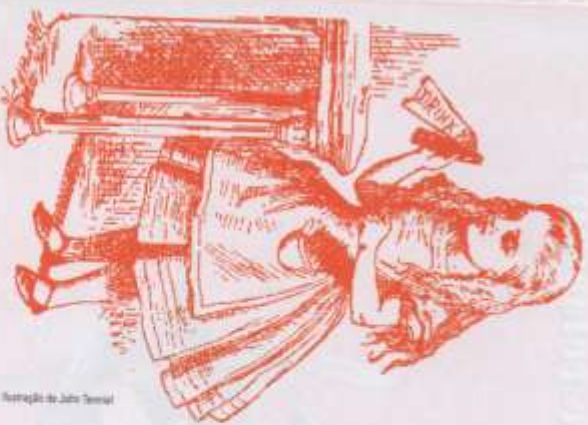


Ilustração de John Tenniel

Alice, em ilustração de John Tenniel para a primeira edição de *Alice no País das Maravilhas*.



Várias edições de *Alice no País das Maravilhas* no mundo todo foram ilustradas por John Tenniel.

Ilustração de John Tenniel

O encontro de Carlo Frabetti e Lewis Carroll

Qual a semelhança entre um inglês que viveu em Oxford há quase duzentos anos e um italiano que mora na Espanha do século XXI?

Como Lewis Carroll, Carlo Frabetti é apaixonado pela matemática, pela lógica, pelos jogos. É escritor e também produz programas de televisão, principalmente para crianças.

Podemos dizer ainda que ambos têm o dom de tornar fascinantes situações "aborrecidas".

Lewis Carroll embarca sua Alice numa viagem divertida e estimulante pelo País das Maravilhas.

Carlo Frabetti, às vezes com uma Alice chateada com números, transforma Carroll no personagem que conduz a garota a uma incursão pelas maravilhas da matemática.



Ilustração de John Tenniel

O caminho da ciência

cerca de 3000 a.C.

Dinastia do imperador Fu Hsi, considerado o fundador da civilização chinesa. Um dia ele viu uma tartaruga cujas estranhas marcas no casco formavam um autêntico quadro mágico.

O quadrado mágico e as tradições chinesas se tornaram a base da astrologia, da numerologia e do *I Ching*, o Livro das Mudanças.



através dos tempos

1175 - 1240

Leonardo de Pisa, ou Fibonacci, além da elaboração da sua famosa sequência, foi o responsável pela introdução dos algarismos árabes na Europa.

As espirais da concha do molusco marinho são uma amostra da harmonia da natureza, representada pela sequência de Fibonacci.



João Martins/Polar

427 a.C. - 347 a.C.

Platão, filósofo grego, descobriu os cinco poliedros perfeitos. Os filósofos, naquela época, costumavam explicar as formas da natureza pela matemática, e os poliedros são relacionados a água, fogo, ar, terra e cosmos.



O cristal também é um poliedro perfeito.

284 a.C. - 192 a.C.

O grego Eratóstenes foi poeta, crítico literário, geógrafo, atleta olímpico e matemático. Há quase 23 séculos ele descobriu que a Terra é redonda, perguntando-se:

Por que, no mesmo dia e hora, em localidades distintas, as sombras projetadas pelo Sol são diferentes?



Se a Terra fosse plana, as sombras seriam iguais.



As sombras só poderiam ser diferentes se a Terra fosse redonda.

1471 - 1529

Albrecht Dürer, pintor alemão, foi um dos responsáveis pela teoria da perspectiva na pintura. Algumas de suas técnicas relacionavam-se à sequência de Fibonacci.

Quadro *Melancolia*, de Albrecht Dürer.

1564 - 1642

O italiano Galileu Galilei foi precursor da física moderna e suas descobertas revolucionaram a cosmologia moderna. Foi o primeiro a afirmar que a Terra girava em torno do Sol.



Fonte: Pi-Foto: Artista/Corbis/Steve Hurns

1777 - 1855

Carl Friedrich Gauss trabalhou em diversos campos da ciência, como geometria, magnetismo, astronomia e ótica. É considerado o "príncipe da matemática".

O mundo da mitologia grega

A lenda do chifre da abundância

Contam os gregos que Cronos foi o primeiro rei dos deuses. Sentindo-se ameaçado, pois uma profecia dizia que ele seria destronado por seus descendentes, passou a devorar todos os filhos.

Quando Zeus nasceu, sua mãe, Reia, para salvá-lo do pai, entregou-o a duas ninfas que o levaram para viver numa caverna, na ilha de Creta. O bebê Zeus foi alimentado com o leite da cabra Amaltheia e o mel do monte Ida.

Um dia, brincando, Zeus quebrou o chifre da cabra que o aleitava. Para compensá-la, prometeu que esse corno se encheria de tudo aquilo que seu possuidor desejasse.

Mais tarde, em reconhecimento aos seus serviços, Zeus transformou Amaltheia e seus dois filhotes em estrelas da constelação de Capricórnio, que significa o "chifre da cabra".



Cornucópia vem do latim *cornu*, "chifre", e *copiā*, "abundância", "grande quantidade". Tornou-se o símbolo da fartura, da agricultura e do comércio.

O monstro do labirinto e a vingança de Posêidon

Posêidon, deus grego dos mares e oceanos, mandou um touro para o rei Minos sacrificar. Mas Minos achou o animal bonito demais para ser morto e resolveu poupá-lo. O deus, afrontado, resolveu se vingar: fez com que a mulher de Minos, Pasífae, se apaixonasse pelo touro e engravidasse. Pasífae deu à luz um monstro com cabeça de touro e corpo humano. Minos, então, prende o Minotauro e sua pobre mãe em um labirinto.

O monstro alimentava-se de jovens, regularmente mandados ao labirinto para serem devorados.

Um dia, porém, um desses jovens, Teseu, matou o Minotauro e deixou o labirinto seguindo o fio de jã que havia usado para marcar o caminho.



Teseu matando o Minotauro. Os gregos costumavam enfiletar suas cerâmicas com imagens da mitologia.

Histórias da matemática

Contando os números

A necessidade de contar começou na pré-História, bem antes da agricultura e do pastoreio. Para fazer um trançado, por exemplo, já era preciso contar pelo menos até 4 ou 5.

Os números foram criados em todos os lugares do mundo e não existiu um inventor. Foi um processo demorado, com a participação de todos e na medida das exigências da sociedade.



Para fazer um trançado era preciso saber alguns números: as faixas dispostas regularmente implicam alguma forma de contagem.

7932469890	εθζαδ
1235967890	sec. XI
123496^890	sec. XV
1234567890	sec. XVI

Para significar o zero, antes de seu aparecimento, usavam-se as palavras nada, nenhum, ninguém, mas esse conceito não existia em forma de número.

Os gregos utilizavam letras: $a=1$, $b=2$, $c=3$ etc., só que o a era alfa (α), o b era beta (β)...

Os romanos também usavam letras, I, V, X, C, D e M.

Por volta do ano 830, um matemático persa chamado Al-khwarizmi (que inspirou o nome algarismo) escreveu um livro, *Al-gabr wa'l-Muqabala*, ou *Álgebra*, em que apresentava os algoritmos hindus. Levado para a Europa e traduzido, esse livro foi a base da matemática do Renascimento.

Outras histórias

Contando as horas

Foi a necessidade de dividir o tempo para organizar tarefas que levou o homem a inventar o relógio. Dos relógios de sol e ampulhetas até os modernos relógios digitais foi uma longa caminhada.

O dia dividido em 24 horas só passou a existir a partir do século XIV, quando também surgiram os primeiros relógios mecânicos.

Em 1656, o holandês Christian Huygens criou o relógio de pêndulo, baseado em uma descoberta de Galileu: o movimento periódico. O ponteiro de minutos só surgiu em 1670.

Já os relógios de pulso foram desenhados pelo relojoeiro francês Louis-Joseph Cartier a pedido do brasileiro Santos Dumont.

I Ching – Livro das Mutações

O *I Ching* – Livro das Mutações tem mais de três mil anos. É desde a Antiguidade tem sido utilizado como oráculo, sendo consultado quando se quer saber o que fazer numa determinada situação ou para conhecer o futuro.

Na China, o *I Ching* é considerado uma fonte inesgotável de sabedoria, e não é difícil encontrar quem recorra a seus conselhos e ensinamentos em situações difíceis.



Este símbolo representa o *yi-yang*, duas forças contrárias que, juntas, se harmonizam. O *yi-yang* forma a base do *I Ching*.

Xeque-mate

Como surgiu o jogo de xadrez?

Conta a lenda que o rei Shihnam da Índia era imensamente rico e invejado por seu poder. Mas tão grande quanto sua riqueza era seu tédio sempre aborrecido e de mau humor, vivia infemizando a vida do povo. Um dia, o sábio Sissa resolveu ensinar o soberano a tratar as pessoas com respeito.

Criou um jogo em que o rei, apesar de ser a peça principal, não podia fazer nada sem a ajuda das outras peças. Estava inventado o *chaturanga*, que seria o precursor do xadrez.

A expressão xeque-mate vem do persa *shah matque* e significa "o rei está morto".



Ajanta Government Museum/Stonecutters Press

O jogo de xadrez espalhou-se pelo mundo todo, recebendo inúmeras variantes regionais.